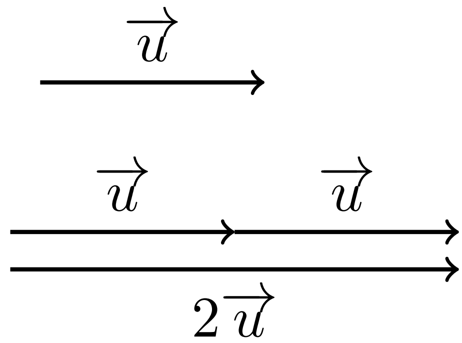
Version 211020

2021/2022

Produit par un réel et colinéarité de vecteurs

I Produit d'un vecteur par un réel

Soit un vecteur $\overrightarrow{u}$ du plan.
Appliquer 2 fois la translation de vecteur $\overrightarrow{u}$ revient à appliquer la translation de vecteur : $\overrightarrow{u} + \overrightarrow{u} = 2\overrightarrow{u}$.



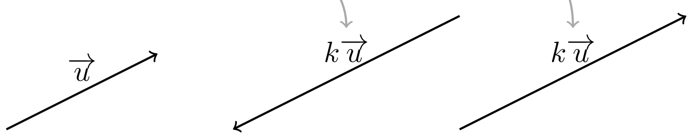
On a par conséquence :

- Les vecteurs $2\overrightarrow{u}$ et $\overrightarrow{u}$ qui ont la même direction et le même sens.
- La norme du vecteur $2\overrightarrow{u}$ qui est égale à 2 fois la norme du vecteur $\overrightarrow{u}$.

Définition

$\overrightarrow{u}$ est un vecteur quelconque différent de $\overrightarrow{0}$ et k un nombre réel non nul.
On appelle produit du vecteur $\overrightarrow{u}$ par le réel k, le vecteur noté $k\overrightarrow{u}$:

- de même direction que $\overrightarrow{u}$,
- de même sens que $\overrightarrow{u}$ si $k > 0$ et de sens contraire si $k < 0$,
- de norme égale à :
  - k fois la norme de $\overrightarrow{u}$ si $k > 0$,
  - $-k$ fois la norme $\overrightarrow{u}$ de si $k < 0$.



Remarque

Si $\overrightarrow{u} = \overrightarrow{0}$ ou $k = 0$, alors : $k\overrightarrow{u} = \overrightarrow{0}$

II Notion de colinéarité

Définition

Vecteurs colinéaires

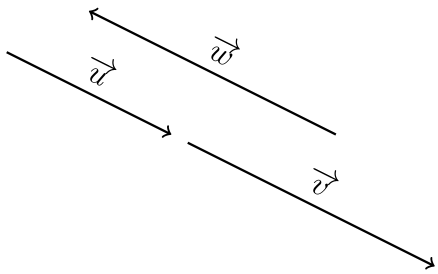
Deux vecteurs non nuls $\overrightarrow{u}$ et $\overrightarrow{u}$ sont colinéaires signifie qu'ils ont même direction c'est à dire qu'il existe un nombre réel k tel que $\overrightarrow{u} = k\overrightarrow{v}$.

Remarque

- Pour montrer que deux vecteurs sont colinéaires, il suffit de trouver la valeur de k.
- Le vecteur nul $\overrightarrow{0}$ est colinéaire à tout vecteur du plan, en effet :
  $\forall \overrightarrow{u} \neq \overrightarrow{0}$, $k\overrightarrow{u} = \overrightarrow{0}$ si $k = 0$.

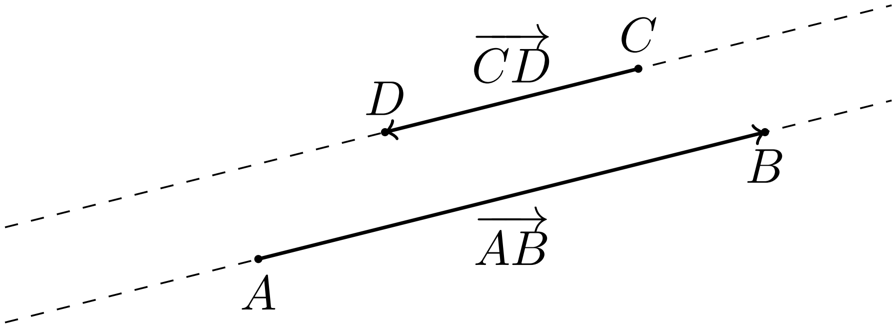
Exemple

Ci-contre, $\overrightarrow{u}$, $\overrightarrow{v}$ et $\overrightarrow{w}$ sont colinéaires :

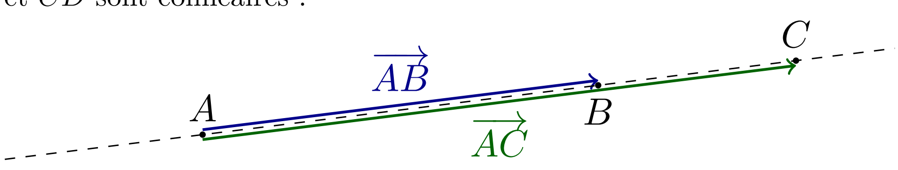


Propriétés

- A, B, C et D étant quatre points deux à deux distincts du plan.
  Dire que les droites (AB) et (CD) sont parallèles revient à dire que les vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{CD}$ sont colinéaires :



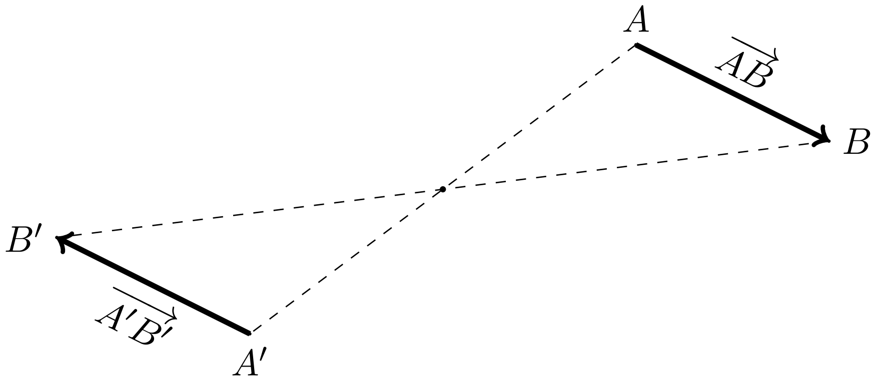
- Dire que les points distincts A, B et C sont alignés revient à dire que les vecteurs et $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{CD}$ sont colinéaires :



Propriétés

Liens avec les transformations vues au collège :

- Si une symétrie centrale transforme A en A' et B en B' alors : $\overrightarrow{A'B'} = -\overrightarrow{AB}$.



- Si une homothétie de rapport λ transforme A en A' et B en B' alors : $\overrightarrow{A'B'} = \lambda\overrightarrow{AB}$.