



VARIABLES ALÉATOIRES

Le mathématicien et physicien hollandais Christian Huygens introduit la notion d'espérance mathématiques dans un livre publié en 1657 et consacré aux probabilités; c'est le premier ouvrage jamais écrit sur ce thème. Pour nommer ce nouveau concept, il hésite entre les mots latins *spes* et *expectatio* signifiant respectivement *espoir* et *espérance*. Christian Huygens est également célèbre pour ses travaux sur la chute des corps, sur le pendule et pour son invention de l'horloge.

I Variables aléatoires

Exemple

Soit l'expérience aléatoire : « On lance un dé à six faces et on regarde le résultat ».

- Donner l'univers de cette expérience aléatoire.
- On considère le jeu suivant :
 - Le joueur gagne 2 euros s'il obtient le chiffre 1 ou 6.
 - Le joueur perd 1 euros dans tous les autres cas.

On note X la variable aléatoire associée à cette expérience. X prend la valeur 2 si le joueur gagne, -1 sinon.

- Donner la loi de probabilité de X .
- Combien vaut $P(X = 2)$? $P(X = -1)$?

Une variable aléatoire notée X associe un nombre réel à chaque issue de l'univers des possibles. L'univers correspond à l'ensemble des issues possibles dans une expérience aléatoire.

Définition

Exemple

On considère l'expérience aléatoire suivante : « On tire une carte au hasard dans un jeu de 32 cartes ».

- Si la carte tirée est un cœur, le joueur gagne 5 euros.
- Si la carte tirée est un carreau, le joueur gagne 2 euros.
- Dans tous les autres cas, le joueur perd 1 euros.

Soit X la variable aléatoire associée à cette expérience.

Calculer $P(X = 5)$, $P(X = -1)$ et $P(X \leq 2)$.

Soit une variable aléatoire X prenant les valeurs $x_1, x_2, x_3, \dots, x_n$.
La loi de probabilité de X est donnée par toutes les probabilités $P(X = x_i)$.

Définition

Exemple

On lance simultanément deux dés à 6 faces et on note les valeurs obtenues.
Soit X la variable aléatoire égale à la plus grande des deux valeurs.
Donner la loi de probabilité de X .

II Espérance

Définition

Soit une variable aléatoire X prenant les valeurs $x_1, x_2, \dots, x_n$.

La loi de probabilité de X associe à toute valeur x_i la probabilité $p_i = P(X = x_i)$.

L'espérance de X est : $E(X) = p_1x_1 + p_2x_2 + \dots + p_nx_n$

Exemple

On considère l'expérience aléatoire suivante : « On tire une carte au hasard dans un jeu de 32 cartes ».

- Si la carte tirée est un cœur, le joueur gagne 5 euros.
- Si la carte tirée est un carreau, le joueur gagne 2 euros.
- Dans tous les autres cas, le joueur perd 1 euro.

Soit X la variable aléatoire associée à cette expérience.

- a. Calculer l'espérance de X .
- b. Donner une interprétation du résultat.