Version 250127

2024/2025

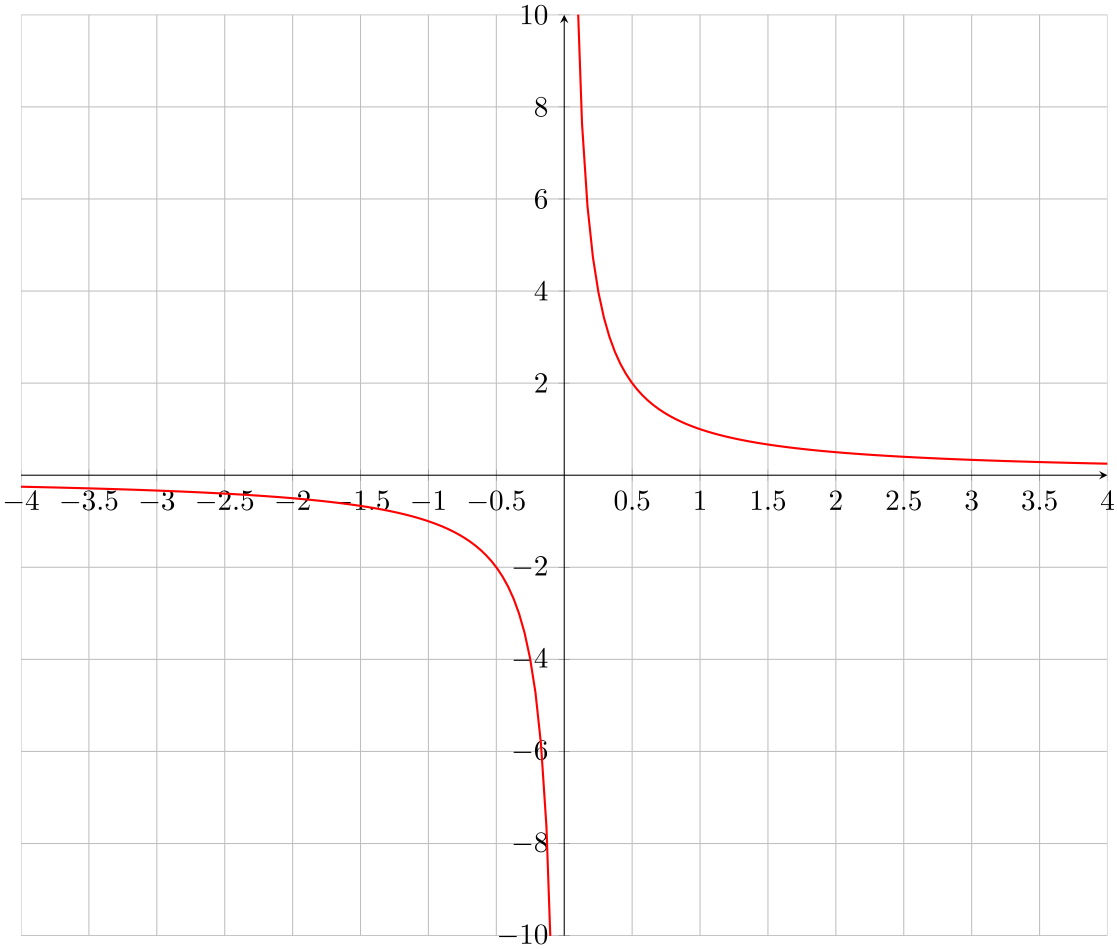
Fonction inverse

I Présentation de la fonction inverse

Définition

La fonction inverse f est définie sur $\mathbb{R}^*$ par $f(x) = \dfrac{1}{x}$

x	-2	-1	0,25	0,5	1	2
$f(x)$						



La courbe de la fonction inverse est appelée **hyperbole** de centre O. Elle est symétrique par rapport à l'origine du repère.

II Fonction dérivée et sens de variation de la fonction inverse.

Propriété

La dérivée de la fonction inverse f est définie sur $\mathbb{R}\backslash\{0\}$ par $f'(x) = -\dfrac{1}{x^2}$

On en déduit que la fonction inverse est **décroissante** sur $]-\infty; 0[$ et sur $]0; +\infty[$

Exemple

Soit la fonction f définie sur $\mathbb{R}^*$ par $f(x) = -\dfrac{3}{x}$.

a. Calculer la fonction dérivée de f.

b. En déduire les variations de la fonction f sur $\mathbb{R}^*$.

III Comportement aux bornes de l'ensemble de définition.

Exemple

Remplir les tableaux de valeurs suivants pour la fonction inverse :

x	20	50	100	1000	10 000	100 000
$f(x)$						

x	-20	-50	-100	-1000	-10 000	-100 000
$f(x)$						

x	0,5	0,1	0,05	0,01	0,001	0,0001
$f(x)$						

x	-0,5	-0,1	-0,05	-0,01	-0,001	-0,0001
$f(x)$						

Que peut-on dire ?

Remarque

On notera que :

- $\lim\limits_{x \to -\infty} \dfrac{1}{x} = 0$
- $\lim\limits_{x \to +\infty} \dfrac{1}{x} = 0$
- $\lim\limits_{x \to 0^-} \dfrac{1}{x} = -\infty$
- $\lim\limits_{x \to 0^+} \dfrac{1}{x} = +\infty$

On dit que l'axe des abscisses est une **asymptote horizontale** à la courbe de la fonction inverse en $-\infty$ et en $+\infty$.
On dit que l'axe des ordonnées est une **asymptote verticale** à la courbe de la fonction inverse en 0.

Exemple

Soit la fonction f définie sur $\mathbb{R}^*$ par $f(x) = 1 - 2x - \dfrac{2}{x}$

a. Calculer la fonction dérivée de f.
b. Déterminer le signe de f' en fonction de x.
c. Dresser le tableau de variations de f.
d. Représenter la fonction f dans une repère.