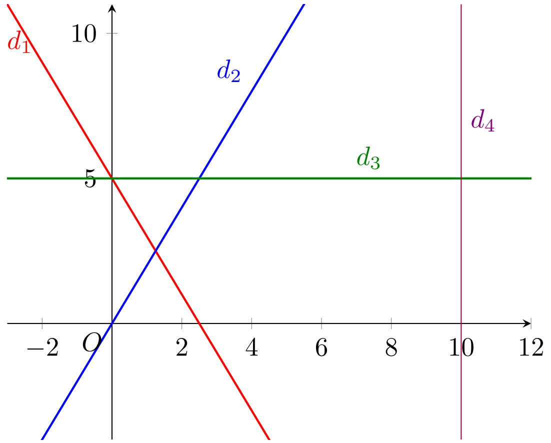
DROITES DU PLAN.

Déterminer graphiquement un vecteur directeur d'une droite

Soit $(O, \overrightarrow{i}, \overrightarrow{j})$ un repère du plan.
Donner des vecteurs directeurs des droites d_1, d_2, d_3 et d_4



Pour d_1 : $\begin{pmatrix} 0-(-2) \\ 5-9 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ -4 \end{pmatrix}$

Pour d_2 : $\begin{pmatrix} 5-0 \\ 10-0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5 \\ 10 \end{pmatrix}$

Pour d_3 : $\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$ ou $\begin{pmatrix} k \\ 0 \end{pmatrix}$ avec $k \in \mathbb{R}$

Pour d_4 : $\begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$ ou $\begin{pmatrix} 0 \\ k \end{pmatrix}$ avec $k \in \mathbb{R}$

Déterminer une équation cartésienne de droite à partir d'un point et d'un vecteur directeur

On considère un repère $(O, \overrightarrow{i}, \overrightarrow{j})$ du plan.
Déterminer une équation cartésienne de la droite d passant par le point $A(3;1)$ et de vecteur directeur $\overrightarrow{u}\begin{pmatrix} -1 \\ 5 \end{pmatrix}$.

➔ <u>Méthode 1</u>

Soit $M\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$ un point de la droite d.

On a donc $\overrightarrow{AM}$ et $\overrightarrow{U}$ qui sont deux vecteurs colinéaires.
Donc $det(\overrightarrow{AM}, \overrightarrow{U}) = 0$

$\iff \begin{vmatrix} x-3 & -1 \\ y-1 & 5 \end{vmatrix} = 0$

$\iff 5(x-3) - (-1)(y-1) = 0$

$\iff 5x - 15 + y - 1 = 0$

$\iff 5x + y - 16 = 0$

On obtient donc l'équation cartésienne de d qui est : $5x+y-16=0$.

➔ <u>Méthode 2</u>

On connaît un vecteur directeur de d, $\overrightarrow{u}\begin{pmatrix} -1 \\ 5 \end{pmatrix}$, on en déduit la forme de l'équation cartésienne : $5x + y + c = 0$
Pour déterminer c on utilise les coordonnées du point A qui doivent vérifier l'équation car $A \in (d)$.

$$5 \times 3 + 1 + c = 0$$

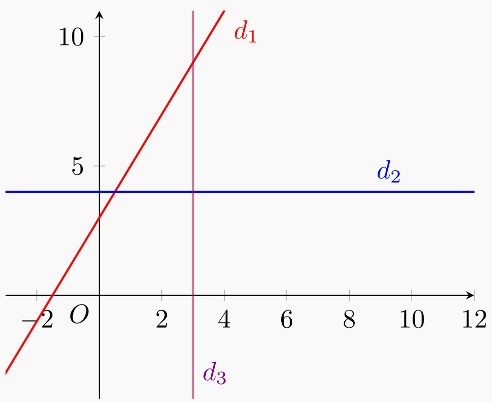
$$\iff c = -16$$

D'où l'équation cartésienne de d est : $5x + y - 16 = 0$.

Représenter graphiquement une droite d'équation réduite donnée

Soit $(O, \vec{i}, \vec{j})$ un repère du plan.
Dans ce repère, tracer les droites d_1, d_2 et d_3 d'équations réduites respectives :
$y = 2x + 3$,
$y = 4$,
$x = 3$.

- ➔ Pour tracer d_1, nous allons placer 2 points appartenant à cette droite puis les relier.
  On sait que le point de coordonnées $(0, 3)$ est sur la droite car l'ordonnée à l'origine est 3.
  Prenons, par exemple le point d'abscisse 4, alors son image y sera donnée par : $2 \times 4 + 3 = 11$. La droite passe donc également par le point de coordonnées $\begin{pmatrix} 4 \\ 11 \end{pmatrix}$.
- ➔ La droite d_2 d'équation $y = 4$ est l'ensemble des points dont l'ordonnée est égale à 4. La droite d_2 est donc la droite parallèle à l'axe des abscisses coupant l'axe des ordonnées au point de coordonnées , $(0, 4)$.
- ➔ La droite d_3 d'équation $x = 3$ est l'ensemble des points dont l'abscisse est égale à 3. La droite d_3 est donc la droite parallèle à l'axe des ordonnées coupant l'axe des abscisses au point de coordonnées $(3, 0)$.



Déterminer une équation réduite de droite dont on connaît deux points

Soit $(O, \vec{i}, \vec{j})$ un repère du plan.
Soit $A \begin{pmatrix} 4 \\ -1 \end{pmatrix}$ et $B \begin{pmatrix} 3 \\ 5 \end{pmatrix}$ deux points d'une droite d. Déterminer une équation de la droite d.

Les points A et B sont d'abscisses différentes donc la droite d n'est pas parallèle à l'axe des ordonnées. Elle est donc de la forme $y = mx + p$, où m et p sont deux nombres réels.
$m = \frac{5-(1)}{3-4} = \frac{6}{-1} = -6$ et $A \in (d)$ donc $-6 \times 4 + p = -1 \iff p = +23$
Finalement : $y = -6x + 23$.

Démontrer que deux droites sont parallèles

Démontrer que les droites d_1 et d_2 d'équations respectives $6x$–$10y$–$5 = 0$ et –$9x + 15y = 0$ sont parallèles.

Les vecteurs $\vec{u} \begin{pmatrix} 10 \\ 6 \end{pmatrix}$ et $\vec{v} \begin{pmatrix} -15 \\ -9 \end{pmatrix}$ sont les vecteurs directeurs respectivement de d_1 et d_2.
$det(\vec{u}, \vec{v}) = \begin{vmatrix} 10 & -15 \\ 6 & -9 \end{vmatrix} = -90 + 90 = 0$
Les vecteur $\vec{u}$ et $\vec{v}$ sont colinéaires donc les droites d_1 et d_2 sont parallèles.