PAU 1884 LABOR ET DILECTIO

# GÉOMÉTRIE

## Colinéarité et alignement

*Vecteurs colinéaires*
Pour montrer que deux vecteurs non nuls $\overrightarrow{u}$ et $\overrightarrow{v}$ sont colinéaires il suffit de montrer qu'il existe un nombre réel $k$ non nul tel que $\overrightarrow{u} = k\overrightarrow{v}$.

*Droites parallèles*
Pour montrer que deux droites sont parallèles, il suffit de montrer que leurs vecteurs directeurs sont colinéaires.

*Alignement de points*
Pour montrer que trois points sont alignés, il faut former deux vecteurs de même origine avec ces trois points et montrer qu'ils sont colinéaires.

Mise en application : ex 6-11-18...

## Caractérisation vectorielle d'une droite

- *Droite donnée par un couple de points distincts :* Soit $A$, $B$ deux points distincts de l'espace. La droite $(AB)$ est l'ensemble des points $M$ tel que $\overrightarrow{AM}$ est colinéaire à $\overrightarrow{AB}$.

- *Droite donnée par un point et un vecteur directeur :* Soit $A$ un point de l'espace et $\overrightarrow{u}$ un vecteur non nul.
  L'ensemble des points $M$ de l'espace tels que $\overrightarrow{AM} = \alpha\overrightarrow{u}$, où $\alpha \in \mathbb{R}$ est la droite $(AB)$ ou $B$ est l'image de $A$ par la translation de vecteur $\overrightarrow{u}$.

## Vecteurs coplanaires

On dit que trois vecteurs $\overrightarrow{u}$, $\overrightarrow{v}$ et $\overrightarrow{w}$ sont *coplanaires* si l'un (au moins) des trois s'écrit comme combinaison linéaire des deux autres.

Pour montrer que 3 vecteurs sont coplanaires il suffit de montrer qu'il existe $\lambda_1$ et $\lambda_2$ réels tel que :

$$\overrightarrow{u} = \lambda_1\overrightarrow{v} + \lambda_2\overrightarrow{w}$$

Mise en application : ex 8-9-18-21...

## Points coplanaires :

Pour montrer que 4 points sont coplanaires, il suffit de montrer que 3 vecteurs de même origine formés avec ces vecteurs sont coplanaires.

Mise en application : ex 22-23...

## Caractérisations vectorielle d'un plan

- *Plan donné par trois points :* Soit $A$, $B$ et $C$ trois points non alignés de l'espace.
  Le plan $(ABC)$ est l'ensemble des points $M$ tels que les vecteurs $\overrightarrow{AM}$, $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$ sont coplanaires.
- *Plan donné par un point et un couple de vecteurs directeurs :* Soit $A$ un point de l'espace, $\overrightarrow{u}$ et $\overrightarrow{v}$ deux vecteurs non colinéaires de l'espace.
  L'ensemble des points $M$ tels que $\overrightarrow{AM} = \alpha\overrightarrow{u} + \beta\overrightarrow{v}$, où $\alpha \in \mathbb{R}$ et $\beta \in \mathbb{R}$ est le plan $(ABC)$ où $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{u}$ et $\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{v}$.

## Base et repère

- Une base de l'espace est formée de 3 vecteurs non coplanaires $(\overrightarrow{u}, \overrightarrow{v}, \overrightarrow{w})$ : elle permet de construire, et donc de travailler, avec tous les vecteurs de l'espace.

- Un repère est formée d'une base et d'un point appelé origine $(O, \overrightarrow{u}; \overrightarrow{v}; \overrightarrow{w})$ : il permet de repérer tous les points de l'espace, et donc de travailler avec les points.

Mise en application : Ex 26-27...