



Exercices

LOGARITHME

Exercice 1/12

Effectuer le calcul suivant :

$$\ln\left(e^{-2}\sqrt{e^6}\right) + \ln\left(e^{-5}\right) \ln\left(\frac{1}{e^{-2}}\right) + \ln\left(\frac{1}{\sqrt{e^9}}\right)$$

On donnera la réponse sous la forme la plus simple possible.

Exercice 2/12

1. Résoudre dans $]1; +\infty[$ l'équation :

$$\ln(2x - 2) + \ln(2x + 2) + \ln(x + 1) = \ln(4x^2 - 4) - \ln(0, 2)$$

2. Résoudre dans $]0; +\infty[$ l'équation :

$$\ln(x) - \ln(x + 1) = 2 \ln(2)$$

3. Résoudre dans \mathbb{R} l'inéquation :

$$2e^{3x} \geq 9$$

Exercice 3/12

Effectuer le calcul suivant :

$$\ln(5^2)$$

On donnera la réponse sous la forme $a \ln(b)$, sachant que b est un entier positif et a est un entier positif.

Exercice 4/12

Effectuer le calcul suivant :

$$\ln\left(\frac{e^{-4}}{2}\right) + \ln\left(\frac{1}{e^3}\right)$$

On donnera la réponse sous la forme la plus simple possible.

Exercice 5/12

Effectuer le calcul suivant :

$$\ln(5) \times (-2) + 3 \ln(3^{-2})$$

(On donnera la réponse sous la forme d'une somme de logarithmes de nombres premiers.

ex : $3 \ln(2) - 3 \ln(5)$)

Exercice 6/12

1. Quel est l'ensemble des solutions de

$$2^x \leq 8$$

2. Quel est l'ensemble des solutions de

$$\ln(x) \leq 5$$

Exercice 7/12

Quel est l'ensemble des solutions de

$$16 \times 10^x \geq 3$$

(On donnera la réponse sous la forme d'un ensemble, par exemple $1 ; 3$ ou $[2 ; 4[$)

Exercice 8/12

Quel est l'ensemble des solutions de

1. $\left(\frac{3}{4}\right)^x \leq 0,5$

2. $2 \ln x - 1 \leq 7$

(On donnera la réponse sous la forme d'un ensemble, par exemple $1 ; 3$ ou $[2 ; 4[$)

Exercice 9/12

Quel est l'ensemble des solutions de

$$8 \times 8^x = 7$$

(On donnera la réponse sous la forme d'un ensemble, par exemple $1 ; 3$ ou $[2 ; 4[$)

Exercice 10/12

Étudier complètement la fonction f définie sur $]0; +\infty[$ par $f(x) = -3x \ln(x) + 2x$

Exercice 11/12

Soit la fonction f définie sur $]0; +\infty[$ par :

$$f(x) = 2x \ln(x)$$

1. Calculer la fonction dérivée de f .

2. Résoudre l'inéquation $f'(x) \geq 0$ sur $]0; +\infty[$.
3. Construire complètement le tableau de variation de f .

Exercice 12/12

Charles Francis Richter, sismologue américain (1900-1985), créa en 1935 une échelle afin de classer les séismes. Ceux-ci y sont classés selon leur magnitude M . Depuis, d'autres échelles ont été créées avec différents types de magnitudes.

Ici, on considère la magnitude liée à l'énergie. L'énergie E (en joule, J) libérée lors d'un séisme de magnitude M est :

$$\log(E) = 4,5 + 1,5M$$

1. Déterminer l'énergie libérée par le séisme de Sumatra (Indonésie), le 24/12/2004, sachant que sa magnitude est de 9,3
2. L'explosion de la bombe atomique Little Boy, lâchée sur Hiroshima le 6 août 1945, a dégagé une énergie de $6,3 \times 10^{13}$ J. Exprimer l'énergie dégagée par le séisme de Sumatra en fonction de celle dégagée par Little Boy
3. Classer les séismes ci-dessous, en fonction de l'énergie dégagée (du plus grand au plus petit).
 - Haïti, le 12/01/2010, séisme d'une magnitude de 7.
 - Montendre (près de Bordeaux), le 20/03/2019, séisme d'une énergie de $7,08 \times 10^{11}$ J
 - Katmandou (Népal), le 25/04/2015, séisme 355 fois plus énergétique que Little Boy.
4. Compléter la phrase suivante : « Entre un séisme de magnitude 4 et un séisme de magnitude 8, l'énergie dégagée est multipliée par ... ».