



Exercices

TRIGONOMETRIE

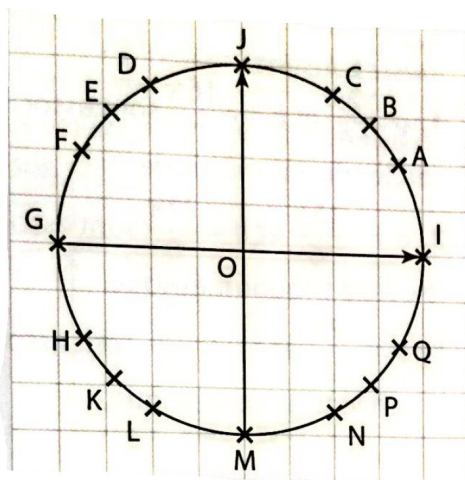
Exercice 1/87

Compléter :

- | | | | | | |
|-----------------|--------|-----------------|--------|------------------------|--------|
| 1. $30^\circ =$ | radian | 3. $90^\circ =$ | radian | 5. $45^\circ =$ | radian |
| 2. $60^\circ =$ | radian | 4. $0^\circ =$ | radian | 6. $\quad^\circ = \pi$ | radian |

Exercice 2/87Déterminer le point du cercle associé à chacun des nombres réels x donnés.

- $x = \frac{\pi}{3}$
- $x = -\frac{3\pi}{4}$
- $x = \frac{5\pi}{6}$
- $x = \frac{\pi}{2}$
- $x = -\frac{\pi}{4}$
- $x = -\frac{5\pi}{6}$
- $x = \frac{2\pi}{3}$
- $x = \pi$
- $x = 0$
- $x = -\frac{2\pi}{3}$
- $x = \frac{3\pi}{4}$
- $x = -\frac{\pi}{2}$

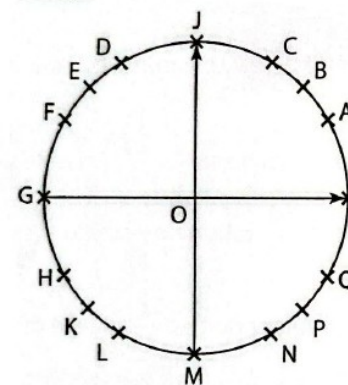
Exercice 3/87

Tracer le cercle trigonométrique et placer les points associés aux nombres réels suivants.

- | | | | |
|----------------------|-----------------------|-----------------------|-----------------------|
| a. 2π | d. $\frac{11\pi}{2}$ | f. $\frac{29\pi}{6}$ | i. $-\frac{11\pi}{3}$ |
| b. $-\frac{5\pi}{4}$ | e. $-\frac{22\pi}{3}$ | g. $-\frac{13\pi}{4}$ | j. $\frac{7\pi}{2}$ |
| c. $\frac{17\pi}{6}$ | | h. 1234π | |

Exercice 4/87

Indiquer dans chaque cas la bonne réponse en utilisant la figure.



- D est le point associé à :
 - $\frac{16\pi}{3}$
 - $\frac{10\pi}{3}$
 - $\frac{13\pi}{3}$
 - $-\frac{7\pi}{3}$
- G est le point associé à :
 - 136π
 - -255π
 - 4π
 - 58π
- H est le point associé à :
 - $-\frac{19\pi}{6}$
 - $\frac{31\pi}{6}$
 - $\frac{23\pi}{6}$
 - $\frac{6\pi}{6}$
- P est le point associé à :
 - $-\frac{7\pi}{4}$
 - $\frac{13\pi}{4}$
 - $-\frac{19\pi}{4}$
 - $-\frac{9\pi}{4}$
- M est le point associé à :
 - $\frac{7\pi}{2}$
 - $\frac{13\pi}{2}$
 - $\frac{15\pi}{2}$
 - $\frac{21\pi}{2}$

Exercice 5/87

Calculer et simplifier lorsque c'est possible.

a. $\frac{13\pi}{6} + \frac{5\pi}{6}$

b. $\frac{23\pi}{4} - \frac{7\pi}{4}$

c. $\frac{5\pi}{3} + \frac{23\pi}{3}$

d. $-\frac{9\pi}{2} + \frac{2\pi}{7}$

e. $-\frac{14\pi}{3} - \frac{3\pi}{2}$

f. $\frac{31\pi}{5} + \frac{8\pi}{3}$

Exercice 6/87

Calculer et simplifier lorsque c'est possible :

1. $\frac{13\pi}{6} + \frac{5\pi}{6}$

2. $\frac{23\pi}{4} - \frac{7\pi}{4}$

3. $\frac{5\pi}{3} + \frac{23\pi}{3}$

4. $\frac{-9\pi}{2} + \frac{2\pi}{7}$

5. $\frac{-14\pi}{3} - \frac{3\pi}{2}$

6. $\frac{31\pi}{5} + \frac{8\pi}{3}$

Exercice 7/87

Écrire sous la forme $\frac{a\pi}{b}$ les calculs donnés avec a et b réels.

a. $\pi + \frac{13\pi}{2}$

b. $\pi - \frac{37\pi}{3}$

c. $\pi + \frac{63\pi}{4}$

d. $\pi - \frac{17\pi}{6}$

e. $-\pi + \frac{23\pi}{6}$

f. $-\pi - \frac{17\pi}{4}$

g. $-\pi + \frac{35\pi}{3}$

h. $-\pi - \frac{57\pi}{2}$

i. $\frac{\pi}{2} + \frac{2\pi}{7}$

j. $\frac{\pi}{2} - \frac{7\pi}{12}$

k. $\frac{\pi}{2} + \frac{3\pi}{5}$

l. $\frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{3}$

Exercice 8/87

Dire si le nombre réel donné peut s'écrire sous la forme $k2\pi$ où k est un nombre entier relatif.

a. 8π

b. -5π

c. $\frac{3\pi}{2}$

d. $-\frac{13\pi}{2}$

e. $\frac{18\pi}{6}$

f. $\frac{24\pi}{4}$

g. $-\frac{20\pi}{6}$

h. 2019π

i. $\frac{27\pi}{3}$

j. $-\frac{46\pi}{4}$

Exercice 9/87

Déterminer la mesure principale des angles orientés suivants :

1. $\frac{41\pi}{6}$

2. 8π

3. -5π

4. $\frac{8\pi}{2}$

5. $\frac{-13\pi}{4}$

6. $-\frac{18\pi}{6}$

7. $\frac{24\pi}{4}$

8. $\frac{-20\pi}{6}$

9. 2019π

10. $\frac{27\pi}{3}$

11. $\frac{-46\pi}{4}$

12. $\frac{65\pi}{3}$

13. $-\frac{4\pi}{3}$

14. $\frac{7\pi}{9}$

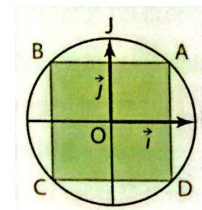
15. $-\pi$

16. $-\frac{27\pi}{4}$

17. $\frac{6\pi}{13}$

Exercice 10/87

$ABCD$ est un carré inscrit dans le cercle trigonométrique. Ses côtés sont parallèles aux axes du repère.



Déterminer des mesures des angles orientés $(\vec{i}, \vec{OA})$, $(\vec{i}, \vec{OB})$, $(\vec{i}, \vec{OC})$ et $(\vec{i}, \vec{OD})$.

Exercice 11/87

Pour chacune des mesures d'angles orientés données, dire s'il s'agit ou non de la mesure principale.

a. $-\frac{4\pi}{3}$

b. $\frac{7\pi}{9}$

c. $-\pi$

d. $-\frac{27\pi}{4}$

e. 2π

f. π

g. $\frac{6\pi}{13}$

Exercice 12/87

Utiliser la figure de l'exercice 4.

1. Compléter :

$\frac{\pi}{6}$ est une mesure de $(\vec{i}, \dots)$ et $\frac{5\pi}{6}$ est une mesure de $(\vec{i}, \dots)$.

2. En déduire la valeur de $\cos\left(\frac{5\pi}{6}\right)$ et celle de $\sin\left(\frac{5\pi}{6}\right)$.

1. Compléter :

$-\frac{\pi}{3}$ est une mesure de $(\vec{i}, \dots)$ et $\frac{2\pi}{3}$ est une mesure de $(\vec{i}, \dots)$.

2. En déduire la valeur de $\cos\left(\frac{2\pi}{3}\right)$ et celle de $\sin\left(\frac{2\pi}{3}\right)$.

1. Compléter :

$\frac{\pi}{4}$ est une mesure de $(\vec{i}, \dots)$ et $\frac{5\pi}{4}$ est une mesure de $(\vec{i}, \dots)$.

2. En déduire la valeur de $\cos\left(\frac{5\pi}{4}\right)$ et celle de $\sin\left(\frac{5\pi}{4}\right)$.

Exercice 13/87

Après avoir calculé $x - y$, dire si x et y sont associés au même point sur le cercle trigonométrique.

1. $x = \frac{35\pi}{6}$ et $y = -\frac{\pi}{6}$.

2. $x = \pi$ et $y = -2019\pi$.

$$3. x = -\frac{11\pi}{4} \text{ et } y = \frac{21\pi}{4}.$$

Exercice 14/87

Parmi les quatre nombres réels donnés, l'un d'entre eux n'est pas associé au même point que les trois autres sur le cercle trigonométrique ; trouver lequel.

- a. $\frac{13\pi}{6}, \frac{\pi}{6}, \frac{11\pi}{6}, -\frac{23\pi}{6}$
- b. $-11\pi, -18\pi, 0, 124\pi$

Exercice 15/87

Indiquer si les affirmations suivantes sont vraies ou fausses. Justifier.

- $a = \frac{2\pi}{3}$ et $b = -\frac{16\pi}{3}$ sont associés au même point sur le cercle trigonométrique.
- $a = -\frac{15\pi}{6}$ et $b = \frac{22\pi}{6}$ sont associés au même point sur le cercle trigonométrique.
- $a = -\frac{7\pi}{5}$ et $b = -\frac{22\pi}{5}$ sont associés au même point sur le cercle trigonométrique.

Exercice 16/87

Un angle orienté a pour mesure $-\frac{7\pi}{6}$.

- Dire, en justifiant, s'il s'agit de sa mesure principale.
- Si ce n'est pas le cas, la déterminer à l'aide du cercle trigonométrique.

Exercice 17/87

Placer sur le cercle trigonométrique les points A, B, C et D tels que les nombres réels a, b, c et d soient des mesures respectives en radians des angles orientés $(\vec{i}, \overrightarrow{OA})$, $(\vec{i}, \overrightarrow{OB})$, $(\vec{i}, \overrightarrow{OC})$ et $(\vec{i}, \overrightarrow{OD})$.

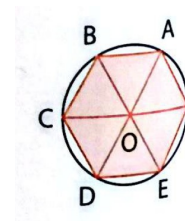
$$a = -\frac{\pi}{2}, \quad b = \frac{3\pi}{4}, \quad c = \frac{5\pi}{6}, \quad d = -\frac{2\pi}{3}.$$

$$a = \frac{5\pi}{4}, \quad b = \frac{7\pi}{6}, \quad c = -11\pi, \quad d = -\frac{9\pi}{2}.$$

$$a = \frac{8\pi}{3}, \quad b = \frac{9\pi}{2}, \quad c = -\frac{25\pi}{6}, \quad d = 24\pi.$$

Exercice 18/87

$IABCDE$ est un hexagone régulier.



- Donner trois mesures différentes de l'angle orienté $(\overrightarrow{OI}, \overrightarrow{OE})$.
- Donner la mesure principale des angles orientés $(\overrightarrow{OI}, \overrightarrow{OC})$, $(\overrightarrow{OI}, \overrightarrow{OD})$ et $(\overrightarrow{OI}, \overrightarrow{OB})$.
- Donner une autre mesure des angles orientés de la question précédente.

Exercice 19/87

Tracer le cercle trigonométrique et y placer les points associés aux nombres réels suivants.

- a. $\frac{\pi}{4}$ b. -125π c. $-\frac{\pi}{6}$ d. $-\frac{15\pi}{2}$ e. $\frac{16\pi}{3}$

Exercice 20/87

Dire en justifiant si les nombres réels

$$x = \frac{17\pi}{9} \quad \text{et} \quad y = -\frac{10\pi}{9}$$

sont associés au même point sur le cercle trigonométrique.

Exercice 21/87

Donner la mesure en degrés des angles géométriques dont la mesure en radians est :

- a. $\frac{5\pi}{6}$ c. $\frac{9\pi}{5}$ e. $\frac{14\pi}{9}$
- b. $\frac{7\pi}{12}$ d. $\frac{5\pi}{4}$ f. $\frac{68\pi}{45}$

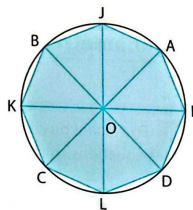
Exercice 22/87

Donner la mesure en radians des angles géométriques dont la mesure en degrés est :

- a. 5° c. 315° e. 40°
- b. 198° d. 72° f. 252°

Exercice 23/87

$IAJBKCLD$ est un octogone régulier.



- Déterminer la mesure principale des angles orientés $(\vec{OI}, \vec{OA})$, $(\vec{OI}, \vec{OB})$, $(\vec{OI}, \vec{OC})$ et $(\vec{OI}, \vec{OL})$.
- Déterminer une mesure des angles orientés précédents dans l'intervalle $]0; 2\pi]$.
- Même question dans l'intervalle $\left] -\frac{\pi}{2}; \frac{3\pi}{2} \right]$.

Exercice 24/87

Dire, en justifiant, si x et y sont des mesures d'un même angle orienté.

- $x = \frac{\pi}{7}$ et $y = -\frac{7\pi}{7}$.
- $x = -\frac{17\pi}{4}$ et $y = \frac{15\pi}{4}$.
- $x = \frac{71\pi}{6}$ et $y = 52\pi$.

Exercice 25/87

Déterminer la mesure principale des angles orientés de vecteurs dont une mesure est :

- | | | | |
|----------------------|----------------------|------------------------|----------------------|
| a. $-\frac{7\pi}{4}$ | c. 13π | f. $-\frac{55\pi}{6}$ | h. $\frac{47\pi}{3}$ |
| b. $\frac{15\pi}{2}$ | d. 128π | g. $-\frac{135\pi}{4}$ | i. -1542π |
| | e. $\frac{29\pi}{7}$ | j. $\frac{52\pi}{9}$ | |

Exercice 26/87

Un angle orienté a pour mesure $\frac{77\pi}{6}$.

- Est-ce sa mesure principale ? Justifier.
- Déterminer l'entier relatif k tel que

$$-\pi < \frac{77\pi}{6} + k2\pi \leq \pi.$$

En déduire la mesure principale de l'angle.

Exercice 27/87

Un angle orienté a pour mesure $-\frac{121\pi}{3}$.

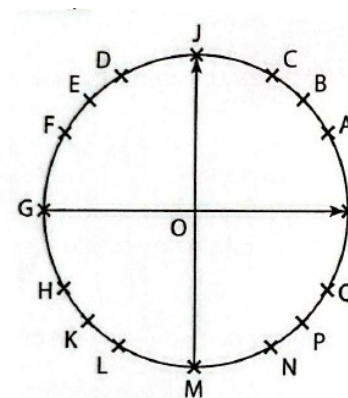
- Est-ce sa mesure principale ? Justifier.
- Déterminer l'entier relatif k tel que

$$-\pi < -\frac{121\pi}{3} + k2\pi \leq \pi.$$

En déduire la mesure principale de l'angle.

Exercice 28/87

Indiquer dans chaque cas la ou les bonnes réponses en utilisant la figure ci-dessous.



- Une mesure de l'angle orienté $(\vec{OI}, \vec{OJ})$ est :

- | | | | |
|---------------------|--------------------|---------------------|----------------------|
| a. $-\frac{\pi}{2}$ | b. $\frac{\pi}{2}$ | c. $\frac{3\pi}{2}$ | d. $-\frac{3\pi}{2}$ |
|---------------------|--------------------|---------------------|----------------------|

- La mesure principale de l'angle orienté $(\vec{OI}, \vec{OG})$ est :

- | | | | |
|----------|-----------|-----------|-----------|
| a. π | b. $-\pi$ | c. 8π | d. 3π |
|----------|-----------|-----------|-----------|

- Une mesure de l'angle orienté $(\vec{OI}, \vec{OB})$ est :

- | | | | |
|---------------------|---------------------|---------------------|----------------------|
| a. $\frac{4\pi}{3}$ | b. $\frac{7\pi}{3}$ | c. $\frac{2\pi}{3}$ | d. $-\frac{5\pi}{3}$ |
|---------------------|---------------------|---------------------|----------------------|

- La mesure principale de l'angle orienté $(\vec{OI}, \vec{OK})$ est :

- | | | | |
|---------------------|----------------------|---------------------|-----------------------|
| a. $\frac{5\pi}{4}$ | b. $-\frac{3\pi}{4}$ | c. $\frac{3\pi}{4}$ | d. $-\frac{11\pi}{4}$ |
|---------------------|----------------------|---------------------|-----------------------|

Exercice 29/87

Rappeler la valeur de

$$\cos \frac{\pi}{3} \quad \text{et celle de} \quad \sin \frac{\pi}{4}.$$

En déduire celle de

$$\cos \frac{4\pi}{3} \quad \text{et} \quad \sin \frac{3\pi}{4}.$$

Exercice 30/87

1. Rappeler la valeur de $\cos \frac{\pi}{4}$ et celle de $\sin \frac{\pi}{4}$.
2. Sur le cercle trigonométrique, placer le point A tel que $\frac{\pi}{4}$ soit une mesure de $(\vec{i}, \vec{OA})$
puis le point B tel que $-\frac{3\pi}{4}$ soit une mesure de $(\vec{i}, \vec{OB})$.
3. En déduire la valeur de $\cos\left(-\frac{3\pi}{4}\right)$ et celle de $\sin\left(-\frac{3\pi}{4}\right)$.

Exercice 31/87

Justifier que pour tout nombre réel x :

1.
$$\sin(\pi - x) + \sin(\pi + x) = 0.$$
2.
$$\cos(\pi - x) - \cos(\pi + x) = 0.$$

Exercice 32/87

On donne

$$\cos \frac{\pi}{5} = \sqrt{\frac{3 + \sqrt{5}}{8}} \quad \text{et} \quad \sin \frac{\pi}{5} = \sqrt{\frac{5 - \sqrt{5}}{8}}.$$

1. Calculer $\pi - \frac{\pi}{5}, \quad \pi + \frac{\pi}{5}, \quad 2\frac{\pi}{5}, \quad -\frac{\pi}{5}, \quad \frac{\pi}{2} + \frac{\pi}{5}.$

2. En déduire

$$\cos \frac{4\pi}{5}, \quad \sin \frac{4\pi}{5}, \quad \cos \frac{6\pi}{5}, \quad \sin \frac{6\pi}{5}, \quad \cos \frac{3\pi}{10}, \quad \sin \frac{3\pi}{10}, \quad \cos \frac{7\pi}{10}, \quad \sin \frac{7\pi}{10}.$$

Exercice 33/87

En s'aidant du cercle trigonométrique, résoudre dans $\mathbb{R}$ les équations

$$\cos x = 0 \quad \text{et} \quad \sin x = 1.$$

Exercice 34/87

En s'aidant du cercle trigonométrique, résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation

$$\cos x = \frac{1}{2}.$$

Exercice 35/87

1. En s'aidant du cercle trigonométrique, résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation

$$\cos x = \frac{\sqrt{3}}{2}.$$

2. Déterminer les solutions de cette équation appartenant à l'intervalle

$$]-2\pi; \pi].$$

Exercice 36/87

Indiquer si les affirmations suivantes sont vraies ou fausses. Justifier.

1. L'équation

$$\cos x = \frac{4}{3}$$

n'a pas de solution.

- 2.

$$-\frac{\pi}{2}$$

est solution de l'équation

$$\sin x = -1.$$

- 3.

$$\frac{2\pi}{3}$$

est solution de l'équation

$$\cos x = \frac{1}{2}.$$

Exercice 37/87

Déterminer les cosinus et les sinus des angles donnés à l'aide du tableau des valeurs remarquables de cosinus et de sinus.

$$\text{a. } \cos\left(-\frac{\pi}{6}\right)$$

$$\text{d. } \sin(-\pi)$$

$$\text{g. } \cos\left(-\frac{9\pi}{2}\right)$$

$$\text{b. } \cos \frac{3\pi}{4}$$

$$\text{e. } \cos \frac{7\pi}{3}$$

$$\text{h. } \sin\left(-\frac{7\pi}{6}\right)$$

$$\text{c. } \sin\left(-\frac{2\pi}{3}\right)$$

$$\text{f. } \cos \frac{5\pi}{2}$$

$$\text{i. } \cos \frac{5\pi}{4}$$

Exercice 38/87

Déterminer une valeur possible du nombre réel x tel que

$$\cos x = \frac{1}{2} \quad \text{et} \quad \sin x = -\frac{\sqrt{3}}{2}.$$

Exercice 39/87

Déterminer une valeur possible du nombre réel x tel que

$$\cos x = -\frac{\sqrt{2}}{2} \quad \text{et} \quad \sin x = -\frac{\sqrt{2}}{2}.$$

Exercice 40/87

Déterminer une valeur possible du nombre réel x tel que

$$\cos x = -\frac{\sqrt{3}}{2} \quad \text{et} \quad \sin x = -\frac{1}{2}.$$

Exercice 41/87

Soit x un nombre réel.

En vous aidant du cercle trigonométrique, déterminer le signe de $\cos x$ lorsque x décrit l'intervalle :

$$\text{a. } \left[0; \frac{\pi}{2}\right] \quad \text{b. } \left[\frac{\pi}{2}; \frac{3\pi}{2}\right] \quad \text{c. } \left[-\frac{\pi}{3}; -\frac{\pi}{6}\right]$$

Exercice 42/87

Soit x un nombre réel.

En vous aidant du cercle trigonométrique, déterminer le signe de $\sin x$ lorsque x décrit l'intervalle :

$$\text{a. } \left[\frac{\pi}{2}; \pi\right] \quad \text{b. } \left[-\frac{\pi}{2}; 0\right] \quad \text{c. } \left[\frac{\pi}{3}; \frac{3\pi}{4}\right]$$

Exercice 43/87

Soit x un nombre réel de l'intervalle

$$\left]-\pi; \frac{\pi}{2}\right]$$

tel que

$$\cos x = -\frac{1}{3}.$$

- Placer le point M sur le cercle trigonométrique tel que x soit une mesure en radians de l'angle orienté $(\vec{r}, \overrightarrow{OM})$.
- Déterminer la valeur exacte de $\sin x$.

Exercice 44/87

Soit x un nombre réel de l'intervalle

$$\left[\frac{\pi}{2}; \frac{3\pi}{2}\right]$$

tel que

$$\sin x = -\frac{1}{5}.$$

- Placer le point M sur le cercle trigonométrique tel que x soit une mesure en radians de

l'angle orienté $(\vec{r}, \overrightarrow{OM})$.

- Déterminer la valeur exacte de $\cos x$.

Exercice 45/87

On donne

$$\cos \frac{2\pi}{5} = \frac{\sqrt{5}-1}{4} \quad \text{et} \quad \sin \frac{2\pi}{5} = \frac{\sqrt{10+2\sqrt{5}}}{4}.$$

À l'aide des propriétés des cosinus et des sinus, déduire les valeurs exactes de

$$\cos \frac{3\pi}{5}, \quad \sin \frac{3\pi}{5}, \quad \cos \frac{12\pi}{5}, \quad \sin \frac{12\pi}{5}, \quad \cos \frac{\pi}{10}, \quad \sin \frac{\pi}{10}, \quad \cos \frac{9\pi}{10}, \quad \sin \frac{9\pi}{10}.$$

Exercice 46/87

On donne

$$\cos \frac{\pi}{8} = \frac{\sqrt{2+\sqrt{2}}}{2} \quad \text{et} \quad \sin \frac{\pi}{8} = \frac{\sqrt{2-\sqrt{2}}}{2}.$$

À l'aide des propriétés des cosinus et des sinus, déduire les valeurs exactes de

$$\cos \frac{7\pi}{8}, \quad \sin \frac{7\pi}{8}, \quad \cos \frac{9\pi}{8}, \quad \sin \frac{9\pi}{8}, \quad \cos \frac{5\pi}{8}, \quad \sin \frac{5\pi}{8}, \quad \cos \frac{31\pi}{8}, \quad \sin \frac{31\pi}{8}.$$

Exercice 47/87

À l'aide du cercle trigonométrique, résoudre dans $\mathbb{R}$ les équations :

$$\text{a. } \cos x = 0 \quad \text{b. } \sin x = -\frac{\sqrt{2}}{2} \quad \text{c. } \sin x = \frac{1}{2}$$

Exercice 48/87

À l'aide du cercle trigonométrique, résoudre dans l'intervalle

$$\left]-\pi; \pi\right]$$

les équations :

$$\text{a. } \cos x = -1 \quad \text{b. } \sin x = -\frac{\sqrt{3}}{2} \quad \text{c. } \cos x = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

Exercice 49/87

À l'aide du cercle trigonométrique, résoudre dans

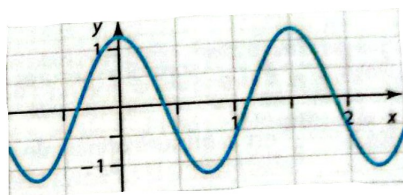
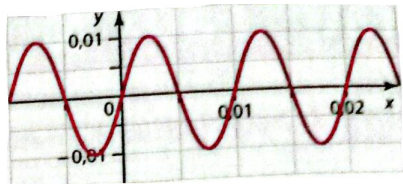
$$\left]0; 4\pi\right]$$

les équations :

$$\text{a. } \sin x = 0 \quad \text{b. } \cos x = -\frac{1}{2} \quad \text{c. } \cos x = -\frac{\sqrt{3}}{2}$$

Exercice 50/87

Lire graphiquement la période de la fonction donnée par sa courbe représentative.

**Exercice 51/87**

Montrer que les fonctions données ci-dessous sont périodiques.

a.

$$f : x \mapsto \sin(10\pi x) \quad \text{avec } T = 0,2.$$

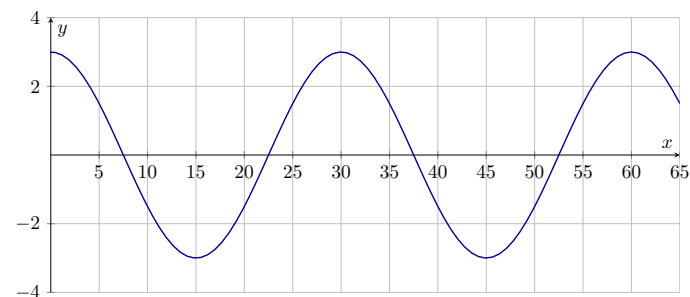
b.

$$f : x \mapsto \cos\left(4x + \frac{\pi}{3}\right) \quad \text{avec } T = \frac{\pi}{2}.$$

Exercice 52/87

La tension (en Volts) du courant délivré par un générateur très basse fréquence est définie par : $U(t) = 3\cos(\frac{\pi}{15}t)$ où t est le temps exprimé en secondes.

1. Déterminer la tension du courant à l'instant $t = 0$.
2. (a) On donne la courbe représentant la tension U :

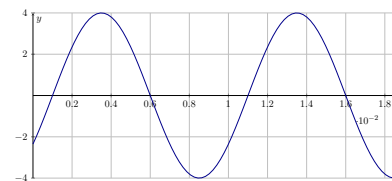


Lire graphiquement la période T .

- (b) Justifiez par un calcul la valeur de T lue précédemment.

Exercice 53/87

Dans un circuit électrique, l'intensité du courant est $i(t) = A \sin(200\pi t + \phi)$ où t est le temps exprimé en secondes et ϕ , la phase à l'origine exprimée en radians. On donne ci-dessous la courbe représentative de i .



1. A l'aide de la courbe, déterminer A .
2. On donne $i(0) = -2$, en déduire la valeur exacte de ϕ .
3. Déterminer alors l'expression de $i(t)$.

Exercice 54/87

M est un point du cercle tel que x soit une mesure en radians de l'angle orienté $(\vec{i}, \overrightarrow{OM})$. Voir la figure.

1. Citer un angle orienté dont une mesure est $\pi + x$.
2. Exprimer en fonction de $\cos x$ ou de $\sin x$:

a. $\cos(-x)$

c. $\cos(\pi - x)$

e. $\cos(\pi + x)$

b. $\sin(-x)$

d. $\sin(\pi - x)$

f. $\sin(\pi + x)$

Exercice 55/87

1. Sur le cercle trigonométrique, placer deux points A et A' d'abscisse $-\frac{1}{2}$.
2. En déduire deux solutions de l'équation $\cos x = -\frac{1}{2}$.

Exercice 56/87

1. Sur le cercle trigonométrique, placer deux points A et A' d'ordonnée $\frac{\sqrt{2}}{2}$.
2. En déduire deux solutions de l'équation $\sin x = \frac{\sqrt{2}}{2}$.

Exercice 57/87

Indiquer si a et b sont associés au même point sur le cercle trigonométrique :

1. $a = \frac{2\pi}{3}$ et $b = -\frac{16\pi}{3}$
2. $a = -\frac{15\pi}{6}$ et $b = \frac{22\pi}{6}$
3. $a = -\frac{7\pi}{5}$ et $b = -\frac{22\pi}{5}$

Exercice 58/87

Après avoir calculé $x - y$, dire si x et y sont associés au même point sur le cercle trigonométrique.

1. $x = \frac{35\pi}{6}$ et $y = -\frac{\pi}{6}$
2. $x = \pi$ et $y = -2019\pi$
3. $x = -\frac{11\pi}{4}$ et $y = -\frac{21\pi}{4}$

Exercice 59/87

Calculer et simplifier lorsque c'est possible :

1. $\frac{13\pi}{6} + \frac{5\pi}{6}$
2. $\frac{23\pi}{4} - \frac{7\pi}{4}$
3. $\frac{-14\pi}{3} - \frac{3\pi}{2}$
4. $\frac{31\pi}{5} + \frac{8\pi}{3}$

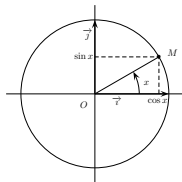
Exercice 60/87

Déterminer la mesure principale des angles orientés suivants puis les placer sur le cercle trigonométrique :

1. $\frac{17\pi}{6}$
2. $\frac{11\pi}{3}$
3. $\frac{20\pi}{3}$
4. $\frac{2}{-5\pi}$
5. $\frac{4}{30\pi}$
6. $\frac{-20\pi}{6}$

Exercice 61/87

Après avoir calculé $x - y$, dire si x et y sont associés au même point sur le cercle trigonométrique.



1. $x = \frac{35\pi}{6}$ et $y = -\frac{\pi}{6}$
2. $x = \pi$ et $y = -2019\pi$
3. $x = -\frac{11\pi}{4}$ et $y = -\frac{21\pi}{4}$

Exercice 62/87

Indiquer si a et b sont associés au même point sur le cercle trigonométrique :

1. $a = \frac{5\pi}{6}$ et $b = \frac{53\pi}{6}$
2. $a = -\frac{15\pi}{6}$ et $b = \frac{22\pi}{6}$

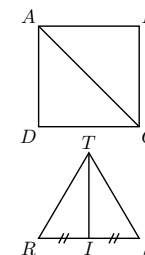
Exercice 63/87

Rappeler la valeur de $\cos\left(\frac{\pi}{4}\right)$ et $\sin\left(\frac{\pi}{4}\right)$, puis répondre aux questions suivantes :

1. Sur le cercle trigonométrique, placer le point A tel que $\frac{\pi}{4}$ soit une mesure de l'angle $(\vec{r}, \vec{OA})$ puis le point B tel que $-\frac{3\pi}{4}$ soit une mesure de l'angle $(\vec{r}, \vec{OB})$.
2. En déduire la valeur de $\cos\left(-\frac{3\pi}{4}\right)$ et celle de $\sin\left(-\frac{3\pi}{4}\right)$.

Exercice 64/87

1. ABCD est un carré de côté 1. Calculer la longueur AC, puis en déduire les valeurs exactes de $\cos\left(\frac{\pi}{4}\right)$ et $\sin\left(\frac{\pi}{4}\right)$.
2. RST est un triangle équilatéral de côté 1. Calculer la longueur TI, en déduire les valeurs exactes de $\cos\left(\frac{\pi}{6}\right)$; $\sin\left(\frac{\pi}{6}\right)$; $\cos\left(\frac{\pi}{3}\right)$ et $\sin\left(\frac{\pi}{3}\right)$.

**Exercice 65/87**

Déterminer les valeurs exactes de :

1. $\cos\left(-\frac{\pi}{4}\right)$
2. $\cos\left(\frac{2\pi}{6}\right)$
3. $\cos\left(\frac{5\pi}{3}\right)$
4. $\cos\left(-\frac{5\pi}{4}\right)$
5. $\sin\left(\frac{4\pi}{6}\right)$

Exercice 66/87

Simplifier les expressions :

1. $A = \cos\left(\frac{\pi}{2} - x\right) + \sin(-x) + \cos(-x)$
2. $B = \sin(\pi - x) + \cos(\pi + x) + \sin(x + \pi)$
3. $C = \sin\left(\frac{\pi}{2} - x\right) + \cos(\pi - x) + \sin(-x)$
4. $D = \cos(x + \pi) + \sin(\pi - x) + \cos(x + 2\pi)$

Exercice 67/87

Résoudre sur $\mathbb{R}$ les équations, puis sur $[0; 2\pi[$:

3. Si

$$z = \frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{1}{2}i$$

alors :

- a. $z = -1 \left(\cos \left(-\frac{\pi}{6} \right) + i \sin \left(-\frac{\pi}{6} \right) \right)$ c. $z = 1 \left(\cos \frac{\pi}{6} + i \sin \frac{\pi}{6} \right)$
 b. $z = 4 \left(\cos \left(-\frac{\pi}{6} \right) + i \sin \left(-\frac{\pi}{6} \right) \right)$ d. $z = 1 \left(\cos \left(-\frac{\pi}{3} \right) + i \sin \left(-\frac{\pi}{3} \right) \right)$

4. Soit A le point d'affixe $1 + i\sqrt{3}$. L'affixe du symétrique de A par rapport à l'axe des abscisses a pour forme trigonométrique :

- a. $2 \left(\cos \frac{\pi}{3} + i \sin \frac{\pi}{3} \right)$ c. $2 \left(\cos \frac{\pi}{6} + i \sin \frac{\pi}{6} \right)$
 b. $2 \left(\cos \left(-\frac{\pi}{6} \right) + i \sin \left(-\frac{\pi}{6} \right) \right)$ d. $2 \left(\cos \left(-\frac{\pi}{3} \right) + i \sin \left(-\frac{\pi}{3} \right) \right)$

5. Soit E le point d'affixe $-3 + 3i$. L'affixe du symétrique de E par rapport à l'origine O du repère a pour forme trigonométrique :

- a. $3\sqrt{2} \left(\cos \left(-\frac{\pi}{4} \right) + i \sin \left(-\frac{\pi}{4} \right) \right)$ c. $3\sqrt{2} \left(\cos \frac{\pi}{4} + i \sin \frac{\pi}{4} \right)$
 b. $2\sqrt{3} \left(\cos \frac{\pi}{4} + i \sin \frac{\pi}{4} \right)$ d. $2\sqrt{3} \left(\cos \left(-\frac{\pi}{4} \right) + i \sin \left(-\frac{\pi}{4} \right) \right)$

Exercice 73/87

Dans le plan complexe muni d'un repère orthonormé direct $(O; \vec{u}, \vec{v})$, on donne les points A et B d'affixes respectives

$$z_A = 4 \quad \text{et} \quad z_B = -2\sqrt{2} + 2i\sqrt{2}.$$

- Faire une figure que l'on complètera au fur et à mesure de l'exercice (unité graphique : 2 cm).
- Écrire z_A et z_B sous forme trigonométrique.
- Calculer l'affixe du point I milieu du segment $[AB]$.
- Calculer la longueur OI et déterminer une mesure en radians de l'angle orienté $(\vec{OA}, \vec{OI})$.
En déduire une forme trigonométrique de l'affixe du point I .
- Déduire des questions 3. et 4. les valeurs exactes de

$$\cos \frac{3\pi}{8} \quad \text{et} \quad \sin \frac{3\pi}{8}.$$

Exercice 74/87

Dans le plan complexe muni d'un repère orthonormé direct $(O; \vec{u}, \vec{v})$, on donne les points A et B d'affixes respectives

$$z_A = 1 \quad \text{et} \quad z_B = \cos \frac{\pi}{12} + i \sin \frac{\pi}{12}.$$

On note A' le symétrique du point A par rapport à la droite (OB) .

- Écrire l'affixe du point A' sous forme trigonométrique puis sous forme algébrique.
 - Soit I le milieu du segment $[AA']$. Calculer l'affixe du point I .
- Écrire l'affixe du point I sous forme trigonométrique.

3. En déduire que

$$\cos \frac{\pi}{12} = \frac{\sqrt{6} + \sqrt{2}}{4} \quad \text{et} \quad \sin \frac{\pi}{12} = \frac{\sqrt{6} - \sqrt{2}}{4}.$$

Exercice 75/87

Dans le plan complexe muni d'un repère orthonormé direct $(O; \vec{u}, \vec{v})$, on donne les points A et B d'affixes respectives

$$z_A = \sqrt{3} + i \quad \text{et} \quad z_B = \sqrt{3} - i.$$

- Écrire z_A et z_B sous forme trigonométrique.
- Montrer que le triangle OAB est équilatéral.
- Soit E le point d'affixe z_E dont le module est 1 et un argument est $-\frac{\pi}{2}$.
 - Déterminer l'affixe de E sous forme algébrique.
 - Soit D l'image du point E par la translation de vecteur $-\vec{v}$. Déterminer l'affixe du point D sous forme algébrique puis montrer que $OD = DB$.
 - En déduire que la droite (AD) est la médiatrice du segment $[OB]$.

Exercice 76/87

Dans le plan complexe muni d'un repère orthonormé direct $(O; \vec{u}, \vec{v})$, on donne les points A , B et C d'affixes respectives

$$z_A = 2 + 2i, \quad z_B = 2 - 2i, \quad z_C = 4.$$

- En prenant comme unité graphique 1 cm, placer les points A , B et C dans le repère.
- Déterminer une forme trigonométrique de z_A et de z_B .
 - En déduire la nature du triangle AOB .
- Démontrer que le quadrilatère $OBCA$ est un carré.
- Soit E le milieu du segment $[OA]$ et D le symétrique du point A par rapport à l'axe des ordonnées.
 - Démontrer que le point E est le milieu du segment $[CD]$.
 - Sans aucun calcul, démontrer que le point O est le milieu du segment $[BD]$.

Exercice 77/87

Using the properties of cosine and sine, give the exact values of :

- a. $\cos \left(\frac{49\pi}{6} \right)$ c. $\sin \left(\frac{19\pi}{3} \right)$ e. $\sin \left(-\frac{59\pi}{6} \right)$
 b. $\sin \left(-\frac{9\pi}{2} \right)$ d. $\cos \left(-\frac{17\pi}{4} \right)$ f. $\cos \left(\frac{31\pi}{3} \right)$

Exercice 78/87

1. Résoudre dans

$$\left[-\frac{5\pi}{4}; \frac{3\pi}{4} \right]$$

l'équation

$$\cos X = \frac{1}{2}.$$

2. Montrer que si

$$x \in]-\pi; \pi],$$

alors

$$x - \frac{\pi}{4} \in \left] -\frac{5\pi}{4}; \frac{3\pi}{4} \right].$$

3. En posant

$$X = x - \frac{\pi}{4},$$

en déduire les solutions dans

$$]-\pi; \pi]$$

de l'équation

$$\cos\left(x - \frac{\pi}{4}\right) = \frac{1}{2}.$$

Exercice 79/87

1. Résoudre dans

$$\left[\frac{\pi}{3}; \frac{13\pi}{3}\right[$$

l'équation

$$\sin X = -\frac{\sqrt{2}}{2}.$$

2. Montrer que si

$$x \in [0; 2\pi[$$

alors

$$2x + \frac{\pi}{3} \in \left[\frac{\pi}{3}; \frac{13\pi}{3}\right[.$$

3. En posant

$$X = 2x + \frac{\pi}{3},$$

en déduire les solutions dans

$$[0; 2\pi[$$

de l'équation

$$\sin\left(2x + \frac{\pi}{3}\right) = -\frac{\sqrt{2}}{2}.$$

Exercice 80/87

Amélie affirme à son amie Auriane que l'équation

$$\cos(2t) = 0$$

n'admet dans l'intervalle

$$]-\pi; \pi]$$

que deux solutions :

$$-\frac{\pi}{4} \quad \text{et} \quad \frac{\pi}{4}.$$

A-t-elle raison ? Justifier la réponse.

Exercice 81/87

Indiquer dans chaque cas la bonne réponse.

1. $\cos(x + 3\pi)$ est égal à :

- | | |
|--------------|--------------|
| a. $\cos x$ | c. $\sin x$ |
| b. $-\cos x$ | d. $-\sin x$ |

2. $\sin(5\pi - x)$ est égal à :

- | | |
|--------------|--------------|
| a. $\cos x$ | c. $\sin x$ |
| b. $-\cos x$ | d. $-\sin x$ |

3. $\cos\left(\frac{5\pi}{2} - x\right)$ est égal à :

- | | |
|--------------|--------------|
| a. $\cos x$ | c. $\sin x$ |
| b. $-\cos x$ | d. $-\sin x$ |

4. $\sin\left(-\frac{7\pi}{2} - x\right)$ est égal à :

- | | |
|--------------|--------------|
| a. $\cos x$ | c. $\sin x$ |
| b. $-\cos x$ | d. $-\sin x$ |

Exercice 82/87

Pour chacune des fonctions suivantes définies sur $\mathbb{R}$, dire si elle est paire, impaire ou ni paire ni impaire.

- $f : x \mapsto \sin(3x)$
- $f : x \mapsto 2 \cos(5\pi x)$
- $f : x \mapsto 1,5 \cos(x + 1)$

Exercice 83/87

Indiquer si les affirmations suivantes sont vraies ou fausses. Justifier.

1. Pour tous nombres réels x et y ,

$$\cos(x + y) = \cos x + \cos y.$$

2. Si

$$x \in \left[0; \frac{\pi}{4}\right]$$

alors

$$\sin(4x) \geq 0.$$

3. Si

$$x \in \left[\frac{\pi}{6}; \frac{5\pi}{6} \right]$$

alors

$$\cos(3x) \geq 0.$$

Exercice 84/87

1. À l'aide du cercle trigonométrique, résoudre dans

$$] - \pi; \pi]$$

l'équation

$$\cos x = \frac{\sqrt{2}}{2}.$$

2. Sur le cercle trigonométrique, représenter en rouge l'arc de cercle dont les points ont une abscisse strictement supérieure à

$$\frac{\sqrt{2}}{2}$$

et en déduire les solutions dans

$$] - \pi; \pi]$$

de l'inéquation

$$\cos x > \frac{\sqrt{2}}{2}.$$

Exercice 85/87

1. À l'aide du cercle trigonométrique, résoudre dans

$$] - \pi; \pi]$$

l'équation

$$\sin x = -0,5.$$

2. Sur le cercle trigonométrique, représenter en rouge l'arc de cercle dont les points ont une ordonnée inférieure ou égale à $-0,5$ et en déduire les solutions dans

$$] - \pi; \pi]$$

de l'inéquation

$$\sin x \leq -0,5.$$

Exercice 86/87Une fonction f définie sur $\mathbb{R}$ est dite périodique de période T si, pour tout $x \in \mathbb{R}$,

$$f(x+T) = f(x).$$

Pour chacune des fonctions suivantes définies sur $\mathbb{R}$, montrer qu'elle est périodique de période T .

1.

$$f : x \mapsto \cos\left(2x + \frac{\pi}{3}\right), \quad T = \pi.$$

2.

$$f : x \mapsto \sin(3\pi x), \quad T = \frac{2}{3}.$$

Exercice 87/87

Dans un circuit électrique, l'intensité du courant est

$$i(t) = A \sin(200\pi t + \varphi)$$

où t est le temps exprimé en secondes et φ , la phase à l'origine, exprimée en radians. On donne ci-dessous la courbe représentative de i .

1. À l'aide de la courbe, déterminer A .
2. À l'aide de la courbe, déterminer $i(0)$ et en déduire la valeur exacte de φ .
3. Déterminer alors l'expression de $i(t)$.