



## Exercices

## SYSTÈMES LINÉAIRES

Exercice 1/17

Résoudre les systèmes suivants :

$$1. \begin{cases} x + y + z - 3t = 1 \\ 2x + y - z + t = -1 \end{cases}$$

$$2. \begin{cases} x + 2y - 3z = 4 \\ x + 3y - z = 11 \\ 2x + 5y - 5z = 13 \\ x + 4y + z = 18 \end{cases}$$

Exercice 2/17

Soit  $m$  un réel. Résoudre le système suivant  $\begin{cases} x + my = -3 \\ mx + 4y = 6 \end{cases}$

(on pourra discuter en fonction de  $m$ ). Quelle interprétation géométrique du résultat faites-vous ?

Exercice 3/17

Résoudre les systèmes suivants par la méthode du pivot de Gauss :

$$1. \begin{cases} x - 2y - z = 2 \\ 2x - 5y - 4z = 6 \\ -3x + y - 5z = 1 \end{cases}$$

$$3. \begin{cases} 2x - y + 3z = 1 \\ -4x + 2y + z = 3 \\ -2x + y + 4z = 4 \\ 10x - 5y - 6z = -10 \end{cases}$$

$$2. \begin{cases} x + 2z = 1 \\ -y + z = 2 \\ x - 2y = 1 \end{cases}$$

$$4. \begin{cases} x - y + z + t = 0 \\ 3x - 3y + 3z + 2t = 0 \\ x - y + z = 0 \\ 5x - 5y + 5z + 7t = 0 \end{cases}$$

Exercice 4/17

Résoudre à l'aide du pivot de Gauss

$$\begin{cases} x + y + 2z = 3 \\ x + 2y + z = 1 \\ 2x + y + z = 0 \end{cases}$$

**Exercice 5/17**

Les systèmes suivants sont-ils équivalents ?

$$\left\{ \begin{array}{l} x + y = 3 \\ y + z = 2 \\ x + z = 1 \end{array} \right. \quad \text{et} \quad \left\{ \begin{array}{ll} x - z = 1 & L_1 \leftarrow L_1 - L_2 \\ -x + y = 1 & L_2 \leftarrow L_2 - L_3 \\ -y + z = -2 & L_3 \leftarrow L_3 - L_1 \end{array} \right.$$

**Exercice 6/17**

En utilisant la notation allégée, résoudre les systèmes suivants :

$$1. \left\{ \begin{array}{l} x + y - 3z = 1 \\ 2x + y - 2z = 1 \\ x + y + z = 3 \\ x + 2y - 3z = 1 \end{array} \right. \quad 2. \left\{ \begin{array}{l} 2t + x + 2y + 3z = 1 \\ t + x + 3y + 3z = 0 \end{array} \right. \quad 3. \left\{ \begin{array}{l} x + 2y + 3z = 11 \\ -3x - 6y - 8z = -30 \\ -4x - 8y - 11z = -41 \end{array} \right.$$

**Exercice 7/17**

Résoudre les systèmes suivants :

$$1. \left( \begin{array}{cccc|c} 1 & 1 & -2 & 1 & 3 \\ 2 & -1 & 2 & 2 & 6 \\ 3 & 2 & -4 & -3 & -9 \end{array} \right) \quad 3. \left( \begin{array}{cccc|c} 2 & 1 & 5 & 1 & 5 \\ 1 & 1 & -3 & -4 & -1 \\ 3 & 6 & -2 & 1 & 8 \\ 2 & 2 & 2 & -3 & 2 \end{array} \right)$$

$$2. \left( \begin{array}{cccc|c} 1 & 1 & 2 & 1 & 5 \\ 2 & 3 & -1 & -2 & 2 \\ 4 & 5 & 3 & 0 & 7 \end{array} \right) \quad 4. \left( \begin{array}{cccc|c} 2 & -1 & 1 & -1 & 1 \\ 2 & -1 & 0 & -3 & 2 \\ 3 & 0 & -1 & 1 & -3 \\ 2 & 2 & -2 & 5 & -6 \end{array} \right)$$

**Exercice 8/17**

Résoudre les systèmes suivants :

$$\left( \begin{array}{ccc|c} 0 & 1 & -1 & 1 \\ 2 & 4 & 3 & 1 \\ 2 & 2 & -1 & 2 \end{array} \right) \quad \text{et} \quad \left( \begin{array}{ccc|c} 0 & 1 & -1 & 5 \\ 2 & 4 & 3 & 1 \\ 2 & 2 & -1 & 3 \end{array} \right)$$

**Exercice 9/17**

Résoudre dans  $\mathbb{C}^2$  les systèmes suivants :

$$1. \left\{ \begin{array}{l} ix - 3y = 2 - 3i \\ (1 + i)x + 2iy = 5 - i \end{array} \right. \quad 3. \left\{ \begin{array}{l} (2 + i)x + 7y = 1 + 2i \\ (1 - i)\bar{x} + i\bar{y} = 4 - i \end{array} \right.$$

$$2. \left\{ \begin{array}{l} 2x + 2(1 + i)y = 4 - 6i \\ x + 3iy = -3 - 2i \end{array} \right. \quad 4. \left\{ \begin{array}{l} (3 - i)x + (4 + 2i)y = 2 + 6i \\ (4 + 2i)x - (2 + 3i)y = 5 + 4i \end{array} \right.$$

**Exercice 10/17**

Résoudre les systèmes suivants :

$$1. \begin{cases} x + y + z = 1 \\ 2x - y + 2z = 1 \\ x + 2y + z = \alpha \end{cases} \quad \alpha \in \mathbb{R}$$

$$2. \begin{cases} x + y + z + t = 4 \\ x + \beta y + z + t = 4 \\ x + y + \beta z + (3 - \beta)t = 6 \\ 2x + 2y + 2z + \beta t = 6 \end{cases} \quad \beta \in \mathbb{R}$$

**Exercice 11/17**

Déterminer tous les polynômes  $P$  de degré au plus 3 tels que

$$P(-1) = -10 \quad P(2) = 17 \quad P(3) = 54 \quad P(-2) = -31$$

**Exercice 12/17**

Déterminer suivant la valeur des paramètres  $a, b \in \mathbb{R}$  l'ensemble des solutions du système :

$$\begin{cases} ax + y = b \\ x + ay = b \end{cases}$$

**Exercice 13/17 : Système mal conditionné**

Résoudre les deux systèmes suivants. Qu'en pensez-vous ?

$$1. \begin{cases} x + 5y + 9z = 180 \\ 9x + 10y + 5z = 40 \\ 10x + 9y + z = -50 \end{cases}$$

$$2. \begin{cases} x + 5y + 9z = 180 \\ 9x + 10y + 5z = 41 \\ 10x + 9y + z = -50 \end{cases}$$

**Exercice 14/17**

Déterminer, selon la valeur du paramètre  $m \in \mathbb{R}$  et en utilisant l'algorithme de Gauss, l'ensemble des solutions du système :

$$\begin{cases} x + y - z = 1 \\ 3x + y - z = 1 \\ x - 2y + 2z = m \end{cases}$$

**Exercice 15/17**

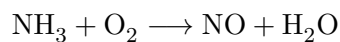
Résoudre le système suivant, en discutant suivant la valeur du paramètre  $m$ .

$$\begin{cases} x + y + mz = 0 \\ x + my + z = 0 \\ mx + y + z = 0 \end{cases}$$

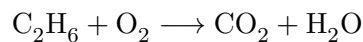
**Exercice 16/17**

Équilibrer les équations chimiques suivantes :

1.



2.

**Exercice 17/17**

L'espace est muni d'un repère  $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$  on considère  $\mathcal{P}_1$  (respectivement  $\mathcal{P}_2$  et  $\mathcal{P}_3$ ) l'ensemble des points  $M(x, y, z)$  de l'espace vérifiant :

$$\mathcal{P}_1 \quad : \quad 2x - 3y + 4z = -3$$

$$\mathcal{P}_2 \quad : \quad -x + 2y + z = 5$$

$$\mathcal{P}_3 \quad : \quad 4x - 5y + 14z = 1$$

1. Quelle est la nature géométrique de chacun des  $\mathcal{P}_i$  ?
2. Déterminer l'intersection de  $\mathcal{P}_1$ ,  $\mathcal{P}_2$  et  $\mathcal{P}_3$ . Quelle est sa nature géométrique ?