<u>Exercice 1</u> : (4 points)

Dans le plan muni d'un repère, les coordonnées des points A et B sont A(5; -6) et B(-2; 6).

Le point A est le milieu de [BC].

1) Déterminer les coordonnées des vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{CA}$.
2) En déduire les coordonnées du point C.

<u>Exercice 2</u> : déterminer les coordonnées d'un point (6 points)

1) Placer les points A(4 ;-2) B(-1 ;3,5) I (3 ;2) dans un repère orthonormé.
2) Construire les points C et D tels que ABCD soit un parallélogramme de centre I.
3) Calculer les coordonnées de C et D.

<u>Exercice 3</u> : (6 points)

1) Les vecteurs $\vec{u}\begin{pmatrix}3\\6\end{pmatrix}$ et $\vec{v}\begin{pmatrix}2\\4\end{pmatrix}$ sont-ils colinéaires ? Justifier.
2) Les vecteurs $\vec{w}\begin{pmatrix}-\frac{1}{5}\\2\end{pmatrix}$ et $\vec{x}\begin{pmatrix}1\\-12\end{pmatrix}$ sont-ils colinéaires ? Justifier.
3) Dans un repère d'origine O, on donne les points :

   A(2; 5), B(-1; 6), C(6;-2) et D(6; 4).

   a) Les droites (AB) et (OC) sont-elles parallèles ? Justifier
   b) Les points A, B et D sont-ils alignés ? Justifier.

<u>Exercice 4</u> : (4 points)

Soit $(O ; \vec{i}, \vec{j})$ un repère orthonormé du plan.

Soit A(3 ;-5), B(-1 ;3) et C(1 ;1).

1) Déterminer les coordonnées du point M(x ;y) appartenant à l'axe des ordonnées et tel que les droites (AB) et (CM) soient parallèles.
2) Déterminer les coordonnées du point P(x' ;y') appartenant à l'axe des abscisses et tel que les points C, B et P soient alignés.

Exercice 1 : (4 points)

Dans le plan muni d'un repère, les coordonnées des points B et de C sont B(-2; -6) et C(5; 6).
Le point A est le symétrique de B par rapport à C.

1) Déterminer les coordonnées des vecteurs $\overrightarrow{BC}$ et $\overrightarrow{AC}$.
2) En déduire les coordonnées du point A.

Exercice 2 : déterminer les coordonnées d'un point (6 points)

1) Placer les points A(-4 ;-2) B(-7 ;0,5) I (-3 ;2) dans un repère orthonormé.
2) Construire les points C et D tels que ABCD soit un parallélogramme de centre I.
3) Calculer les coordonnées de C et D.

Exercice 3 : (6 points)

1) Les vecteurs $\vec{u}\begin{pmatrix}6\\15\end{pmatrix}$ et $\vec{v}\begin{pmatrix}9\\22\end{pmatrix}$ sont-ils colinéaires ? Justifier.
2) Les vecteurs $\vec{w}\begin{pmatrix}-3\\\frac{2}{7}\end{pmatrix}$ et $\vec{x}\begin{pmatrix}-14\\\frac{4}{3}\end{pmatrix}$ sont-ils colinéaires ? Justifier.
3) Dans un repère d'origine O, on donne les points :

A(1; 4), B(-3; 2), C(3; 2) et D(-2; 7).

   a) Les points A, C et D sont-ils alignés ? Justifier.
   b) Les droites (OB) et (AC) sont-elles parallèles ? Justifier

Exercice 4 : (4 points)

Soit $(O ; \vec{i}, \vec{j})$ un repère orthonormé du plan.
Soit A(3 ;-5), B(-1 ; 3) et C(1 ;1).

1) Déterminer les coordonnées du point M(x ;y) appartenant à l'axe des abscisses et tel que les droites (AB) et (CM) soient parallèles.
2) Déterminer les coordonnées du point P(x' ;y') appartenant à l'axe des ordonnées et tel que les points C, B et P soient alignés.

Seconde 4 DS3 vecteurs et coordonnées 2017-2018 Sujet 1

CORRECTION

Exercice 1 : (4 points)

Dans le plan muni d'un repère, les coordonnées des points A et B sont A(5; -6) et B(-2; 6).

Le point A est le milieu de [BC].

1) Déterminer les coordonnées des vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{CA}$.
2) En déduire les coordonnées du point C.

1) $\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix} x_B - x_A \\ y_B - y_A \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -2 - 5 \\ 6 - (-6) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -7 \\ 12 \end{pmatrix}$

Comme A est le milieu de [BC], alors $\overrightarrow{CA} = \overrightarrow{AB}$

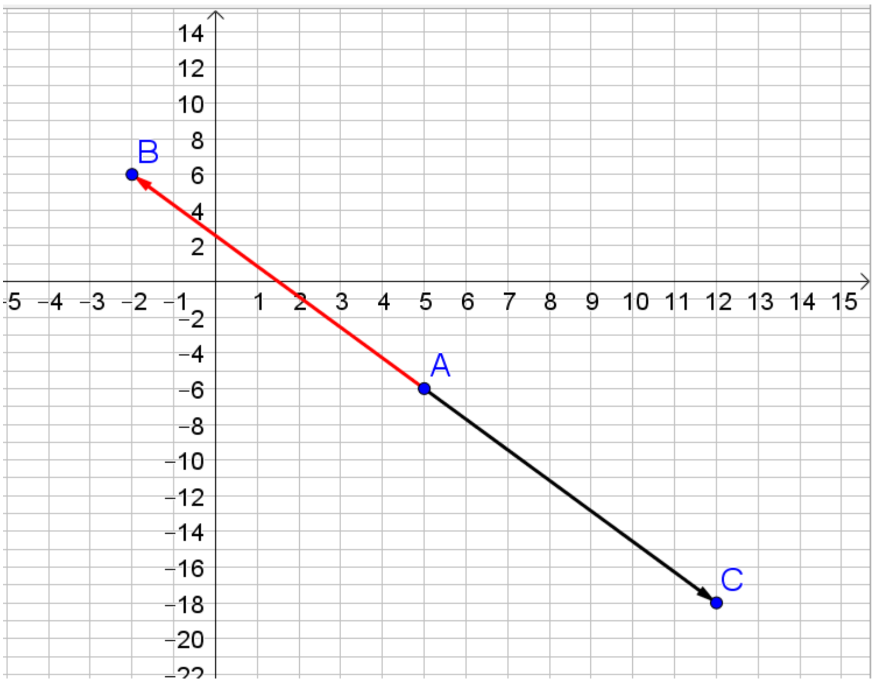
Donc $\overrightarrow{CA}\begin{pmatrix} -7 \\ 12 \end{pmatrix}$

2) $\overrightarrow{CA}\begin{pmatrix} x_A - x_C \\ y_A - y_C \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5 - x_C \\ -6 - y_C \end{pmatrix}$

Comme $\overrightarrow{CA}\begin{pmatrix} -7 \\ 12 \end{pmatrix}$ alors $5 - x_C = -7$ et $-6 - y_C = 12$

Donc $x_C = 7 + 5 = 12$ et $y_C = -12 - 6 = -18$

Les coordonnées du point C sont C(12; -18).

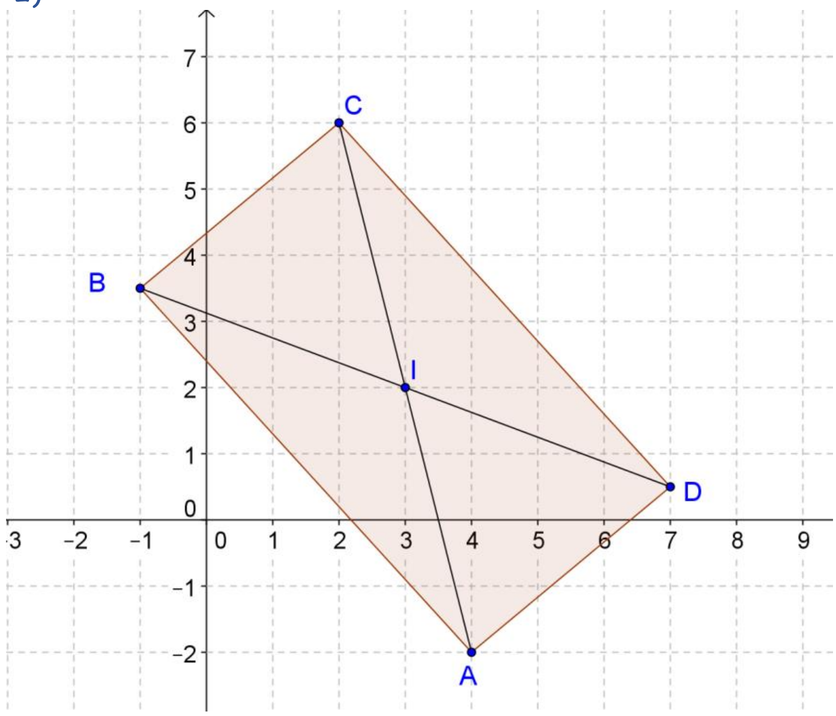


CORRECTION

<u>Exercice 2</u> : déterminer les coordonnées d'un point (6 points)

1) Placer les points A(4 ;-2) B(-1 ;3,5) I(3 ;2) dans un repère orthonormé.
2) Construire les points C et D tels que ABCD soit un parallélogramme de centre I.
3) Calculer les coordonnées de C et D.

1) 2)



On construit les points D et C symétriques des points A et B par rapport à I.
Alors, les diagonales du quadrilatère ABCD se coupent en I et donc ABCD est un parallélogramme de centre I.
On lit les coordonnées de C(2 ;6) et de D(7 ;0,5).

3) Si ABCD est un parallélogramme alors $\overrightarrow{AC} = 2\times\overrightarrow{AI}$

Soit $\begin{pmatrix} x_C - x_A \\ y_C - y_A \end{pmatrix} = 2\times\begin{pmatrix} x_I - x_A \\ y_I - y_A \end{pmatrix}$

Soit $\begin{cases} x_C - 4 = 2(3 - 4) \\ y_C - (-2) = 2(2 - (-2)) \end{cases}$

Soit $\begin{cases} x_C = 4 - 2 = 2 \\ y_C = -2 + 8 = 6 \end{cases}$

Si ABCD est un parallélogramme alors $\overrightarrow{BD} = 2\times\overrightarrow{BI}$

Soit $\begin{pmatrix} x_D - x_B \\ y_D - y_B \end{pmatrix} = 2\times\begin{pmatrix} x_I - x_B \\ y_I - y_B \end{pmatrix}$

Soit $\begin{cases} x_D - (-1) = 2(3 - (-1)) \\ y_D - (3,5) = 2(2 - 3,5) \end{cases}$

Soit $\begin{cases} x_D = -1 + 8 = 7 \\ y_D = 3,5 - 3 = 0,5 \end{cases}$

CORRECTION

Exercice 3 : (4 points)

1) Les vecteurs $\vec{u}\begin{pmatrix}3\\6\end{pmatrix}$ et $\vec{v}\begin{pmatrix}2\\4\end{pmatrix}$ sont-ils colinéaires ? Justifier.

2) Les vecteurs $\vec{w}\begin{pmatrix}-\frac{1}{5}\\2\end{pmatrix}$ et $\vec{x}\begin{pmatrix}1\\-12\end{pmatrix}$ sont-ils colinéaires ? Justifier.

3) Dans un repère d'origine O, on donne les points :

A(2; 5), B(-1; 6), C(6;-2) et D(6; 4).

a) Les droites (AB) et (OC) sont-elles parallèles ? Justifier

b) Les points A, B et D sont-ils alignés ? Justifier.

1) On teste la condition de colinéarité de deux vecteurs :

$3\times4 - 2\times6 = 12 - 12 = 0$ donc les vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$ sont colinéaires.

2) $-\frac{1}{5}\times(-12) - 2 = \frac{12}{5} - 2 = \frac{12-10}{5} = \frac{2}{5} \neq 0$

Donc les vecteurs $\vec{w}$ et $\vec{x}$ ne sont pas colinéaires.

3) a) Calculons les coordonnées des vecteurs $\overrightarrow{OC}$ et $\overrightarrow{AB}$.

$\overrightarrow{OC}\begin{pmatrix}6\\-2\end{pmatrix}$ $\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix}x_B - x_A\\y_B - y_A\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}-1-2\\6-5\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}-3\\1\end{pmatrix}$

$6\times1 - (-2)\times(-3) = 6 - 6 = 0$

Les vecteurs $\overrightarrow{OC}$ et $\overrightarrow{AB}$ sont colinéaires ; donc les droites (OC) et (AB) sont parallèles.

b) $\overrightarrow{AD}\begin{pmatrix}x_D - x_A\\y_D - y_A\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}6-2\\4-5\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}4\\-1\end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix}-3\\1\end{pmatrix}$

$4\times1 - (-1)\times(-3) = 4 - 3 = 1 \neq 0$

Les vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AD}$ ne sont pas colinéaires.

Donc les points A, B et D ne sont pas alignés.

CORRECTION

<u>Exercice 4</u> : (5 points)

Soit $(O\,;\vec{i}\,,\vec{j})$ un repère orthonormé du plan.

Soit A(3 ;-5), B(-1 ;3) et C(1 ;1).

1) Déterminer les coordonnées du point M(x ;y) appartenant à l'axe des ordonnées et tel que les droites (AB) et (CM) soient parallèles.
2) Déterminer les coordonnées du point P(x' ;y') appartenant à l'axe des abscisses et tel que les points C, B et P soient alignés.

1) Si M appartient à l'axe des ordonnées alors x = 0.

Si les droites (AB) et (CM) sont parallèles alors les vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{CM}$ sont colinéaires.

$\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix} x_B - x_A \\ y_B - y_A \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1-3 \\ 3-(-5) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -4 \\ 8 \end{pmatrix}$ $\qquad$ $\overrightarrow{CM}\begin{pmatrix} x_M - x_C \\ y_M - y_C \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0-1 \\ y-1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 \\ y-1 \end{pmatrix}$

$\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{CM}$ colinéaires $\Leftrightarrow$ $-4\times(y-1) - 8\times(-1) = 0$

$\Leftrightarrow$ $-4y + 4 + 8 = 0$

$\Leftrightarrow$ $4y = 12$

$\Leftrightarrow$ $y = 3$

Le point M a pour coordonnées (0 ;3).

2) Si P appartient à l'axe des abscisses alors y' = 0.

Si les points C, B et P sont alignés alors les vecteurs $\overrightarrow{BC}$ et $\overrightarrow{BP}$ sont colinéaires.

$\overrightarrow{BC}\begin{pmatrix} x_C - x_B \\ y_C - y_B \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1-(-1) \\ 1-3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ -2 \end{pmatrix}$ $\qquad$ $\overrightarrow{BP}\begin{pmatrix} x_P - x_B \\ y_P - y_B \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x'-(-1) \\ 0-3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x'+1 \\ -3 \end{pmatrix}$

$\overrightarrow{BC}$ et $\overrightarrow{BP}$ colinéaires $\Leftrightarrow$ $2\times(-3) - (-2)\times(x'+1) = 0$

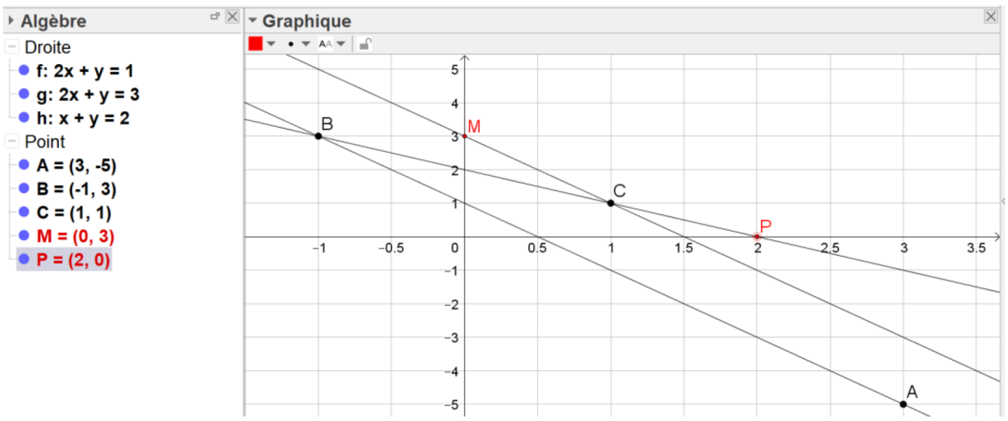
$\Leftrightarrow$ $-6 + 2x' + 2 = 0$

$\Leftrightarrow$ $2x' = 4$

$\Leftrightarrow$ $x' = 2$

Le point P a pour coordonnées (2 ;0).

<u>Vérification graphique</u> :



CORRECTION

<u>Exercice 1</u> : (4 points)

Dans le plan muni d'un repère, les coordonnées des points B et de C sont B(-2; -6) et C(5; 6).
Le point A est le symétrique de B par rapport à C.

1) Déterminer les coordonnées des vecteurs $\overrightarrow{BC}$ et $\overrightarrow{AC}$.
2) En déduire les coordonnées du point A.

1) $\overrightarrow{BC}\begin{pmatrix} x_C - x_B \\ y_C - y_B \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5 - (-2) \\ 6 - (-6) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 7 \\ 12 \end{pmatrix}$

Comme A est le symétrique de B par rapport à C alors $\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{CB} = -\overrightarrow{BC}$.

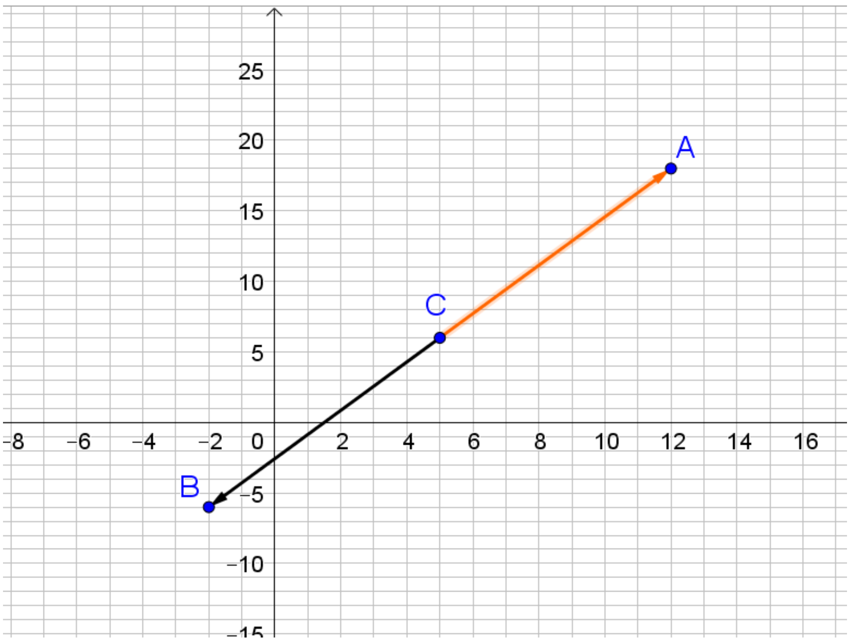
Donc $\overrightarrow{AC} = \begin{pmatrix} -7 \\ -12 \end{pmatrix}$

2) $\overrightarrow{CA}\begin{pmatrix} x_A - x_C \\ y_A - y_C \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x_A - 5 \\ y_A - 6 \end{pmatrix}$

Comme $\overrightarrow{CA}\begin{pmatrix} 7 \\ 12 \end{pmatrix}$ alors $x_A - 5 = 7$ et $y_A - 6 = 12$

Donc $x_A = 7 + 5 = 12$ et $y_A = 6 + 12 = 18$

Les coordonnées du point A sont donc A(12;18)

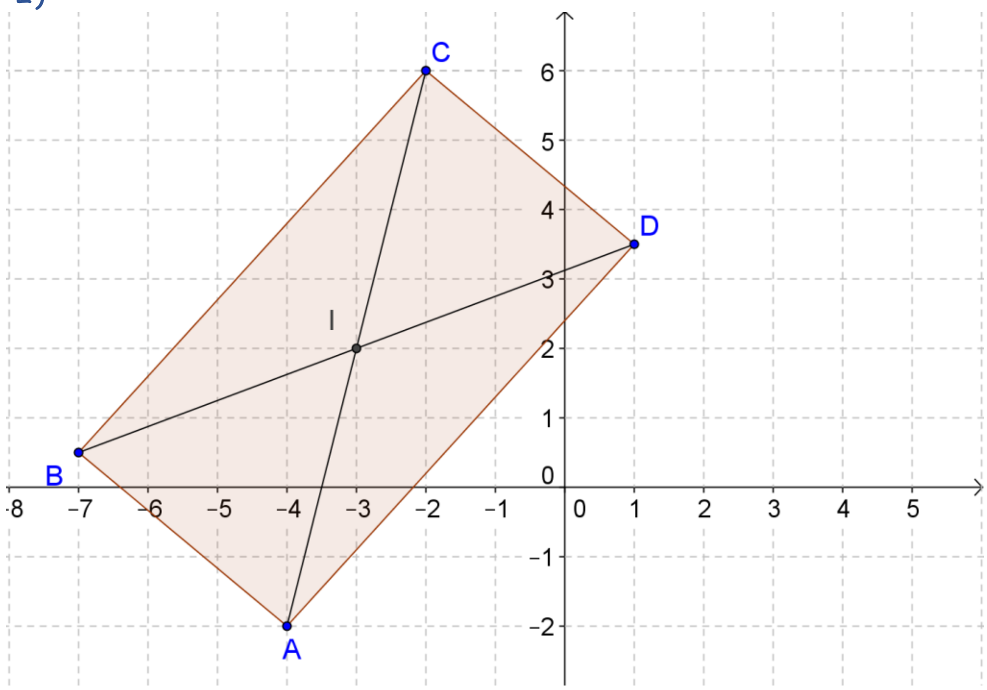


CORRECTION

<u>Exercice 2</u> : déterminer les coordonnées d'un point (6 points)

1) Placer les points A(-4 ;-2) B(-7 ;0,5) I (-3 ;2) dans un repère orthonormé.
2) Construire les points C et D tels que ABCD soit un parallélogramme de centre I.
3) Calculer les coordonnées de C et D.

1) 2)



On construit les points C et D symétriques des points A et B par rapport à I.
Alors, les diagonales du quadrilatère ABCD se coupent en I et donc ABCD est un paralléogramme de centre I.
On lit les coordonnées de C(-2 ;6) et de D(1 ;3,5).

3) Si ABCD est un parallélogramme alors $\overrightarrow{AC} = 2\times \overrightarrow{AI}$

Soit $\begin{pmatrix} x_C - x_A \\ y_C - y_A \end{pmatrix} = 2\times\begin{pmatrix} x_I - x_A \\ y_I - y_A \end{pmatrix}$

Soit $\begin{cases} x_C - (-4) = 2(-3 -(-4)) \\ y_C - (-2) = 2(2 - (-2)) \end{cases}$

Soit $\begin{cases} x_C = -4 + 2 = -2 \\ y_C = -2 + 8 = 6 \end{cases}$

Si ABCD est un parallélogramme alors $\overrightarrow{BD} = 2\times \overrightarrow{BI}$

Soit $\begin{pmatrix} x_D - x_B \\ y_D - y_B \end{pmatrix} = 2\times\begin{pmatrix} x_I - x_B \\ y_I - y_B \end{pmatrix}$

Soit $\begin{cases} x_D - (-7) = 2(-3 - (-7)) \\ y_D - 0,5 = 2(2 - 0,5) \end{cases}$

Soit $\begin{cases} x_D = -7 + 8 = 1 \\ y_D = 0,5 + 3 = 3,5 \end{cases}$

CORRECTION

Exercice 3 : (6 points)

1) Les vecteurs $\vec{u}\begin{pmatrix}6\\15\end{pmatrix}$ et $\vec{v}\begin{pmatrix}9\\22\end{pmatrix}$ sont-ils colinéaires ? Justifier.

2) Les vecteurs $\vec{w}\begin{pmatrix}-3\\\frac{2}{7}\end{pmatrix}$ et $\vec{x}\begin{pmatrix}-14\\\frac{4}{3}\end{pmatrix}$ sont-ils colinéaires ? Justifier.

3) Dans un repère d'origine O, on donne les points :

A(1; 4), B(-3; 2), C(3; 2) et D(-2; 7).

a) Les points A, C et D sont-ils alignés ? Justifier.

b) Les droites (OB) et (AC) sont-elles parallèles ? Justifier

1) On teste la condition de colinéarité de deux vecteurs :

$6\times22 - 9\times15 = 132 - 135 = -3 \neq 0$ donc les vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$ ne sont pas colinéaires.

2) $-3\times\frac{4}{3}-(-14)\times\frac{2}{7} = -4 + 4 = 0$, donc les vecteurs $\vec{w}$ et $\vec{x}$ sont colinéaires.

3) a) Calculons les coordonnées des vecteurs $\overrightarrow{AC}$ et $\overrightarrow{AD}$.

$\overrightarrow{AC}\begin{pmatrix}x_C - x_A\\y_C - y_A\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}3-1\\2-4\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}2\\-2\end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{AD}\begin{pmatrix}x_D - x_A\\y_D - y_A\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}-2-1\\7-4\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}-3\\3\end{pmatrix}$

$2\times3 - (-2)\times(-3) = 6 - 6 = 0$ donc les vecteurs $\overrightarrow{AC}$ et $\overrightarrow{AD}$ sont colinéaires.

Donc les points A, C et D sont alignés.

b) Calculons les coordonnées du vecteur $\overrightarrow{OB}$.

$\overrightarrow{OB}\begin{pmatrix}-3\\2\end{pmatrix}$ $\overrightarrow{AC}\begin{pmatrix}2\\-2\end{pmatrix}$

$(-3)\times(-2) - 2\times2 = 6 - 4 = 2 \neq 0$

Les vecteurs $\overrightarrow{OB}$ et $\overrightarrow{AC}$ ne sont pas colinéaires ; donc les droites (OB) et (AC) ne sont pas parallèles.

CORRECTION

Exercice 4 : (4 points)

Soit $(O ; \vec{i}, \vec{j})$ un repère orthonormé du plan.
Soit A(3 ;-5), B(-1 ; 3) et C(1 ;1).

1) Déterminer les coordonnées du point M(x ;y) appartenant à l'axe des abscisses et tel que les droites (AB) et (CM) soient parallèles.
2) Déterminer les coordonnées du point P(x' ;y') appartenant à l'axe des ordonnées et tel que les points C, B et P soient alignés.

1) Si M(x;y) appartient à l'axe des abscisses alors y = 0.
Donc M(x ;0)

Si les droites (AB) et (CM) sont parallèles alors les vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{CM}$ sont colinéaires.

$\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix} x_B - x_A \\ y_B - y_A \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 - 3 \\ 3 - (-5) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -4 \\ 8 \end{pmatrix}$ $\overrightarrow{CM}\begin{pmatrix} x - x_C \\ 0 - y_C \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x - 1 \\ 0 - 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x - 1 \\ -1 \end{pmatrix}$

$\overrightarrow{BC}$ et $\overrightarrow{CM}$ colinéaires $\Leftrightarrow$ $-4\times(-1) - 8\times(x - 1) = 0$
$\Leftrightarrow$ $4 - 8x + 8 = 0$
$\Leftrightarrow$ $-8x = -12$
$\Leftrightarrow$ $x = \dfrac{-12}{-8} = 1{,}5$

Le point M a pour coordonnées (1,5 ; 0).

2) Si P(x';y') appartient à l'axe des ordonnées alors x' = 0. Donc P(0 ; y')

Si les points C, B et P sont alignés alors les vecteurs $\overrightarrow{BC}$ et $\overrightarrow{CP}$ sont colinéaires.

$\overrightarrow{BC}\begin{pmatrix} x_C - x_B \\ y_C - y_B \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 - (-1) \\ 1 - 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ -2 \end{pmatrix}$ $\overrightarrow{CP}\begin{pmatrix} 0 - x_C \\ y' - y_C \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 - 1 \\ y' - 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 \\ y' - 1 \end{pmatrix}$

$\overrightarrow{BC}$ et $\overrightarrow{CP}$ colinéaires $\Leftrightarrow$ $2\times(y' - 1) - (-1)\times(-2) = 0$
$\Leftrightarrow$ $2y' - 2 - 2 = 0$
$\Leftrightarrow$ $2y' = 4$
$\Leftrightarrow$ $y' = 2$

Le point P a pour coordonnées (0 ; 2).

CORRECTION

Vérification graphique :