Exercices

Suites numériques

Exercice 1/21

Soit (u_n) la suite définie par $u_n = 6n + 4 + \dfrac{5}{1+n}$
Calculer u_2

Exercice 2/21

Déterminer la moyenne arithmétique des deux nombres suivants :

- 10 et 26
- 19 et 35
- 15 et 39
- 23 et 57

Exercice 3/21

Calculer la moyenne géométrique des nombres suivants :

- 7 et 11
- 2 et 25
- 10 et 17
- 9 et 11

Exercice 4/21

On considère les trois nombres réels suivants : $a = -4$; $b = -12$; $c = -36$
Ces termes sont-ils les termes consécutifs d'une suite géométrique ou arithmétique ?

Exercice 5/21

On considère les trois nombres réels suivants : $a = -8,5$; $b = 1,5$; $c = 11,5$
Ces termes sont-ils les termes consécutifs d'une suite géométrique ou arithmétique ?

Exercice 6/21

Dans chacun des cas suivants, démontrer si les trois nombres donnés sont les termes consécutifs d'une suite arithmétique.

- $u_0 = 3$; $u_1 = 5$ et $u_3 = 7$
- $u_0 = -1$; $u_1 = 4$ et $u_2 = 8$

Exercice 7/21

Soit (u_n) une suite arithmétique de raison $r = 10$ et de premier terme $u_1 = -5$
Exprimer u_{n+1} en fonction de u_n.
Donner le terme général de la suite u_n
Calculer la 16 eme valeur.

Exercice 8/21

1. Soit (u_n) une suite arithmétique de raison $r = 8$. On sait que $u_4 = 37$. Déterminer u_0.
2. Soit (u_n) une suite arithmétique telle que $u_0 = 6$ et $u_{12} = 78$. Calculer la raison r.
3. Soit (u_n) une suite arithmétique telle que $u_1 = -2$ et $u_{57} = 166$. Calculer la raison r.

Exercice 9/21

Selma souhaite acheter son prochain téléphone grâce à son argent de poche. Dans sa tirelire, elle a déjà 75 euros. Chaque mois ses parents lui donnent 25 euros d'argent de poche. Pour tout entier naturel n, on note u_n la somme disponible dans sa tirelire après n mois. On a donc $u_0 = 75$.

1. Déterminer u_1 et u_2.
2. Montrer que la suite (u_n) est arithmétique. Exprimer u_{n+1} en fonction de u_n.
3. Exprimer u_n en fonction de n.
4. Déterminer le nombre de mois nécessaire pour que Selma dispose de 250 euros.
5. Le téléphone que souhaite se procurer Selma coûte un peu plus de 385 euros. Combien de mois devra-t-elle patienter ?

Exercice 10/21

Dans chacun des cas suivants, démontrer si les trois nombres donnés sont les termes consécutifs d'une suite géométrique.

1. $u_0 = 6$; $u_1 = 18$ et $u_2 = 54$
2. $u_0 = 2$; $u_1 = 4$ et $u_2 = 8$
3. $u_0 = 11$; $u_1 = 33$ et $u_2 = 99$
4. $u_0 = 15$; $u_1 = 75$ et $u_2 = 300$

Exercice 11/21

Soit (u_n) une suite géométrique de raison $q = 3$ et premier terme $u_0 = \dfrac{1}{27}$.

1. Exprimer u_{n+1} en fonction de u_n.
2. Calculer u_1 et u_2.
3. Donner le terme général de la suite u_n
4. Calculer u_7.

Exercice 12/21

Une grande entreprise de voitures est venue s'installer dans une ville. La population de cette ville, qui était de 12 000 habitants en 2015, augmente de 2% par an depuis l'installation de cette entreprise .
On note u_0 la population en 2015 et u_n la population n d'années plus tard, c'est-à-dire en $2015 + n$.

1. Combien y-avait-il d'habitants en 2016 puis en 2017 ?
2. Montrer que la suite est géometrique ; préciser sa raison et son terme initial.
3. Exprimer u_n en fonction de n.

Exercice 13/21

Soit une suite arithmétique (u_n) de raison $r = 2$ et $u_0 = 4$.

1. Donner l'expression de u_n en fonction de n.
2. Calculer u_{10}
3. Calculer : $S = \sum_{k=0}^{10} u_k$

Exercice 14/21

Soit une suite arithmétique (u_n) de raison $r = 7$ et $u_1 = -15$.

1. Donner l'expression de u_n en fonction de n.
2. Calculer u_{15}
3. Calculer : $S = \sum_{k=1}^{15} u_k$

Exercice 15/21

Soit une suite géométrique (u_n) de raison $q = 3$ et $u_0 = 2$. Calculer : $S = \sum_{k=0}^{8} u_k$

Exercice 16/21

Soit une suite géométrique (u_n) de raison $q = -2$ et $u_7 = \dfrac{1}{100}$. Calculer : $S = \sum_{k=7}^{22} u_k$

Exercice 17/21

Calculer $S_n = 1 + \dfrac{1}{3} + \dfrac{1}{9} + \dfrac{1}{27} + ... + \dfrac{1}{3^n}$

Exercice 18/21

Dans un parc régional, on étudie une espèce de renards. Cette population était de 1240 renards à la n de l'année 2016. On modélise par u_n le nombre de renards dans le parc régional à la n de l'année $2016 + n$. On a donc $u_0 = 1240$. On estime à 15% par an la baisse du nombre u_n. On suppose que cette évolution restera identique pour les années avenir. Dans cet exercice, les résultats seront arrondis à l'unité.
Partie A

1. Montrer qu'à la fin de l'année 2017, la population de renards sera de 1054.
2. En déduire la nature de la suite (u_n).

3. Exprimer u_{n+1} en fonction de u_n
4. Déterminer une estimation du nombre de renards présents dans le parc régional à la n de l'année 2020.

Partie B

1. An de préserver l'espèce, on décide d'introduire à chaque année 30 renards à partir de la fin de l'année 2017.
   On note v_n le nombre de renards présents dans le parc à la fin de l'année $2016 + n$. On estime à 15% par an la baisse du nombre v_n. On a $v_0 = 1240$.
   Calculer v_1.
2. On admet que pour tout entier naturel n, on a : $v_n = 200 + 1040 \times (0,85)^n$
   Déterminer une estimation du nombre de renards présents dans le parc régional à la n de l'année 2020. Donner un arrondi à l'entier.

Exercice 19/21

Un responsable étudie l'évolution de la concentration de benzène à la surface du bassin sans intervention extérieure. Il estime que cette concentration diminue de manière naturelle de 7% par jour, notamment par évaporation. La concentration observée le 10 juin 2020 est de 68 microgrammes par litre.
Pour tout entier naturel n, on note u_n la concentration de benzène, en microgrammes par litre, à la surface du bassin n jours après le 10 juin 2020.

1. Montrer que la suite (u_n) est une suite géométrique dont on précisera le premier terme et la raison.
2. Exprimer u_{n+1} en fonction de u_n.
3. Exprimer u_n en fonction de n.
4. Déterminer la concentration de benzène le 15 juin 2020.

Exercice 20/21

Le 1^{er} janvier 2013, une grande entreprise compte 1500 employés. Une étude montre que lors de chaque année à venir, 10% de l'effectif du 1^{er} janvier partira à la retraite au cours de l'année. Pour ajuster ses effectifs à ses besoins, l'entreprise embauche 100 jeunes dans l'année. Pour tout entier naturel n, on appelle u_n. le nombre d'employés de l'entreprise le 1^{er} janvier de l'année $(2013 + n)$

1. Calculer u_0, u_1 et u_2.
2. La suite u de terme général u_n est-elle arithmétique ? géométrique ? Justifiez.
3. On admet que pour tout entier naturel n, on a $u_{n+1} = 0,9u_n + 100$
   Pour tout entier naturel n, on pose $v_n = u_n - 1000$.
   (a) Démontrer que la suite (v_n) de terme général v_n est une suite géométrique. Préciser la raison.
   (b) Exprimer v_n en fonction de n. En déduire que pour tout entier naturel n, $u_n = 500 \times (0,9)^n + 1000$
   (c) Déterminer la limite de la suite (u_n).
   (d) Démontrer que pour tout entier naturel n, $u_{n+1} - u_n = -50 \times (0,9)^n$. En déduire la variation de (u_n).

Exercice 21/21

Soit la suite numérique (u_n) définie sur $\mathbb{N}$ par $u_0 = 2$ et pour tout entier naturel n, $u_{n+1} = \frac{2}{3}u_n + \frac{1}{3}n + 1$.

1. Calculer u_1, u_2, u_3 et u_4
   On pourra en donner des valeurs approchées à 10^{-2} près
2. Formuler une conjecture sur le sens de variation de cette suite.
3. On admet que pour tout entier naturel n, $u_n \leq n + 3$.
   Démontrer que pour tout entier naturel n, $u_{n+1} - u_n = \frac{1}{3}(n + 3 - u_n)$
4. En déduire une validation de la conjecture précédente.
5. on désigne par (v_n) la suite définie sur $\mathbb{N}$ par $v_n = u_n - n$
   Démontrer que la suite (v_n) est une suite géométrique de raison $\frac{2}{3}$.
6. En déduire que pour tout entier naturel n, $u_n = 2(\frac{2}{3})^n + n$.
7. Pour tout entier naturel non nul n, on note $S_n = \sum_{k=0}^{n} u_k$. Exprimer en fonction de n les sommes $A_n = \sum_{k=0}^{n} 2(\frac{2}{3})^k$ et $B_n = \sum_{k=0}^{n} k$.
8. En déduire S_n en fonction de n.