Exercices

Lois discrètes

Exercice 1/16

Une urne contient 3 boules rouges, 8 boules jaunes et 9 boules bleues. On tire au hasard une boule dans l'urne et on gagne 2 points pour une boule rouge, 1 point pour une boule jaune et 0 point pour une bleue.
On appelle X la variable aléatoire qui représente le nombre de points gagnés.
Déterminer la loi de probabilité de X.

$X = x_i$	0	1	2
$P(X = x_i)$			

Exercice 2/16

La variable aléatoire X représente les différents tarifs des menus proposés dans un restaurant.
La loi de probabilité de X est :

$X = x_i$	9	12	17	25
$P(X = x_i)$	0.15	0.42	0.23	0.2

1. Calculer $P(X \leq 17)$. Interpréter.
2. Calculer le prix moyen d'un menu.

Exercice 3/16

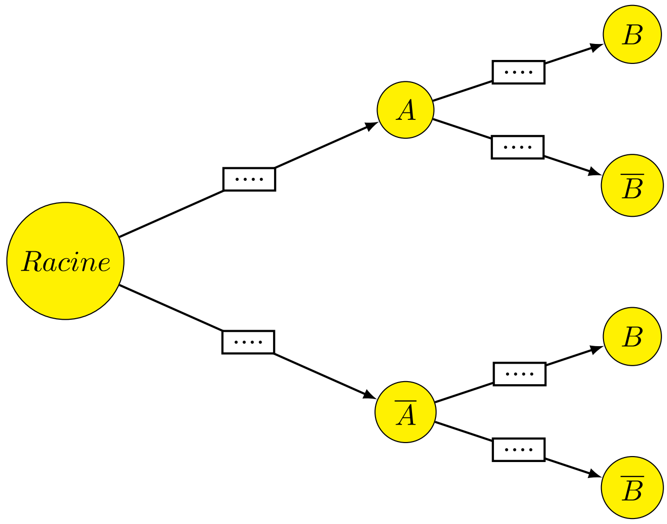
On lance deux dés cubiques équilibrés. La variable aléatoire X donne la somme des points obtenus sur la face de chaque dé. La variable aléatoire Y donne 1 si cette somme est supérieure ou égale à 8 et 0 sinon.

1. X suit-elle une loi uniforme ?
2. Y suit-elle une loi associée à une épreuve de Bernouilli ?

Exercice 4/16

On considère deux événements A et B tels que :
$P(A) = 0.25$ $\quad P_A(B) = 0.45$ $\quad P_{\overline{A}}(B) = 0.34$

1. Compléter l'arbre de probabilité correspondant.



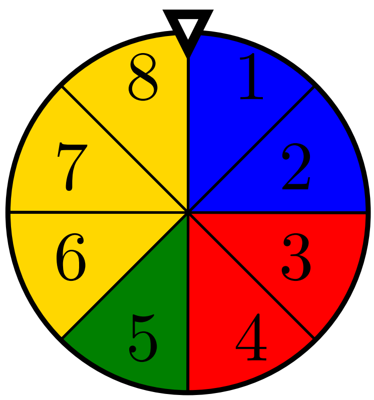
2. Calculer $P(A \cap B)$.
3. Déterminer $P(B)$.

Exercice 5/16

Dans une fête foraine, on fait tourner la roue ci-contre et on note le secteur indiqué par la flèche quand la roue s'arrête. Chaque secteur à la même probabilité d'apparaître.

1. On gagne le nombre de tours de manège égal au numéro du secteur. Soit X la variable qui donne le nombre de tours gagnés. Donner la loi de probabilité de X et son espérance.

2. Le gain prévu est de O euros pour chacun des secteurs 1 à 5, de 1 euros. Pour les secteurs 5 et 6 de 1 euros. Pour les secteurs 7 et 8, de 2 euros. On note G la variable aléatoire qui donne le gain du joueur en euros. Donner la loi de probabilité de G et le gain moyen que l'on peut espérer à ce jeu.



Exercice 6/16

1. Soit X une variable aléatoire qui suit la loi uniforme sur $1; 2; \ldots; n$ dont l'espérance vaut 48,5. Déterminer la valeur de n.
2. Soit X une variable aléatoire qui suit la loi uniforme sur $4; 5; \ldots; 12$. Montrer que $E(X) = 8$.

Exercice 7/16

Une épreuve de Bernouilli peut-elle être associée à chacune des expériences aléatoires ci-dessous ? Si oui, préciser le succès S et $P(S)$.

1. Dans une classe de 35 élèves, il y a 7 élèves qui ont les yeux bleus et 2 élèves ont les yeux verts. Les autres ont les yeux marrons. On choisit un élève au hasard et on note s'il a les yeux bleus.
2. On lance un dé cubique équilibré et on s'intéresse à l'apparition d'un multiple de 3.

Exercice 8/16

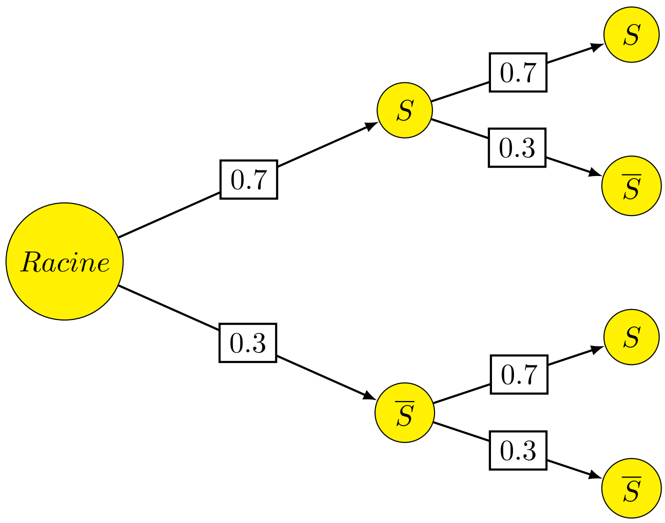
Une urne contient 6 boules : 2 bleues, 2 vertes et 2 jaunes.

1. Peut-on associer une épreuve de Bernouilli à l'expérience aléatoire suivante : on tire une boule au hasard et on note sa couleur ?
2. On tire au hasard une boule. La variable aléatoire X indique le nombre de boules bleues obtenues. Donner la loi de X et son espérance.

Exercice 9/16

L'arbre ci-contre représente un schéma de n épreuves de Bernouilli de succès S et de paramètre p. Entoure la bonne réponse.

1. $n = 4$ et $p = 0.3$.
2. $n = 4$ et $p = 0.7$.
3. $n = 2$ et $p = 0.3$.
4. $n = 2$ et $p = 0.7$.



Exercice 10/16

Un élève prend le bus pour aller au lycée.
Chaque matin, il a deux chances sur trois d'attendre moins de 5min.
On appelle S l'événement : « l'élève attend son bus moins de 5 minutes ».

1. Dessine l'arbre qui représente la situation.
2. L'élève doit prendre le bus trois matins consécutifs. Dessiner l'arbre pondéré qui représente la situation.
3. Calculer la probabilité qu'il attende son bus moins de 5 minutes une seule fois sur les trois jours.

Exercice 11/16

Sans calculatrice, entourer les affirmations vraies et corriger les autres.

1. $\binom{15}{1} = 14$
2. $\binom{9}{8} = \binom{9}{1}$
3. $\binom{16}{5} - \binom{15}{5} = \binom{15}{4}$

Exercice 12/16

1. Déterminer les coefficients binomiaux suivants : $\binom{8}{0}$; $\binom{8}{1}$; $\binom{8}{8}$; $\binom{8}{7}$
2. On donne $\binom{8}{2} = 28$. En déduire : $\binom{8}{6}$ et $\binom{9}{2}$

Exercice 13/16

Une urne opaque contient 10 boules indiscernables au toucher, huit sont blanches et deux sont rouges. Léa effectue des tirages avec remise jusqu'à ce qu'elle tire une boule rouge. On note Y le nombre de tirages effectués par Léa.

1. Quelle est la loi de Y ?
2. Donner les valeurs exactes de $P(Y = 6)$ et $P(X > 5)$.
3. En déduire $P_{(Y>5)}(Y = 6)$ et expliquer ce que représente cette probabilité.
4. Vérifier que $P_{(Y>5)}(Y = 6) = P(Y = 1)$. Interpréter ce résultat et expliquer pourquoi on dit que Y suit une loi sans mémoire.

Exercice 14/16

On lance un dé cubique équilibré numéroté 1 à 6. Déterminer la loi des variables aléatoires suivantes.

1. X donne le numéro de la face obtenue après un lancer.
2. Y donne le nombre de « 5 »obtenus après 20 lancers.
3. Z donne le nombre de lancers au bout desquels « 5 »sort pour la 1^{re} fois.

Exercice 15/16

Soit X une variable aléatoire. Associer à chaque représentation la loi correspondante avec ses paramètres (représentation au tableau).

Exercice 16/16

Dans une classe de 35 élèves, un professeur de mathématiques donne un devoir maison chaque semaine mais n'en ramasse et corrige que cinq qu'il choisit au hasard à l'aide d'un programme informatique.
Zina, une élève de la classe, se demande au bout de combien de semaines son devoir sera ramassé pour la première fois.
On note S la variable aléatoire donnant le nombre de semaines qu'elle devra attendre.

1. Calculer $P(S) = 1$.
2. Quelle est la probabilité qu'un devoir de Zina ne soit ramassé pour la première fois que la dixième semaine ?

3. Combien de temps attendra-t-elle en moyenne avant que son devoir soit ramassé pour la première fois ?
4. Sachant qu'une année scolaire au lycée comporte 32 semaines, quelle est la probabilité qu'aucun de ses devoirs ne soit ramassé ?