



Exercices

LOIS DISCRÈTES (P1)

Exercice 1/22

Une boîte contient 5 jetons portant le numéro 1, 5 jetons portant le numéro 2 et 5 jetons portant le numéro 3. On tire au hasard un jeton dans la boîte et on note X le numéro du jeton tiré. X suit-il une loi uniforme discrète ?

Exercice 2/22

On lance un dé cubique à 6 faces. On gagne 1 euro si on tombe sur une face paire et 2 euros si on tombe sur une face impaire. On note X le gain. X suit-il une loi uniforme discrète ?

Exercice 3/22

Une variable aléatoire admet la loi de probabilité suivante dont il manque une case :

x_i	1	2	3
p_i	0,3	0,3	

X peut-elle suivre une loi uniforme discrète ?

Exercice 4/22

On lance deux dés à 6 faces et on note X la variable aléatoire égale au plus grand des nombres obtenus. X suit-elle une loi uniforme discrète ?

Exercice 5/22

En France, la proportion de daltoniens est de 8% parmi les hommes et de 0,4% parmi les femmes. Sachant qu'il y a 52% de femmes en France, déterminer la probabilité qu'une personne daltonienne soit une femme.

Exercice 6/22

Une urne contient 3 boules rouges, 8 boules jaunes et 9 boules bleues. On tire au hasard une boule dans l'urne et on gagne 2 points pour une boule rouge, 1 point pour une boule jaune et 0 point pour une bleue. On appelle X la variable aléatoire qui représente le nombre de points gagnés. Déterminer la loi de probabilité de X .

$X = x_i$	0	1	2
$P(X = x_i)$			

Exercice 7/22

La variable aléatoire X représente les différents tarifs des menus proposés dans un restaurant. La loi de probabilité de X est :

$X = x_i$	9	12	17	25
$P(X = x_i)$	0.15	0.42	0.23	0.2

1. Calculer $P(X \leq 17)$. Interpréter.
2. Calculer le prix moyen d'un menu.

Exercice 8/22

On lance deux dés cubiques équilibrés. La variable aléatoire X donne la somme des points obtenus sur la face de chaque dé. La variable aléatoire Y donne 1 si cette somme est supérieure ou égale à 8 et 0 sinon.

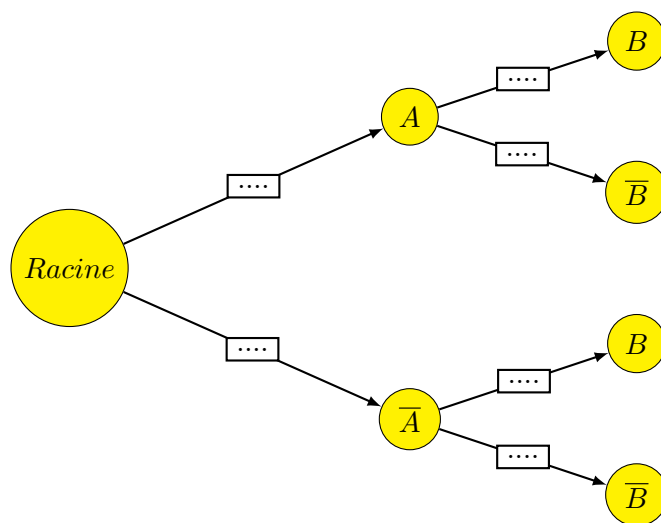
1. X suit-elle une loi uniforme ?
2. Y suit-elle une loi associée à une épreuve de Bernoulli ?

Exercice 9/22

On considère deux événements A et B tels que :

$$P(A) = 0.25 \quad P_A(B) = 0.45 \quad P_{\bar{A}}(B) = 0.34$$

1. Compléter l'arbre de probabilité correspondant.

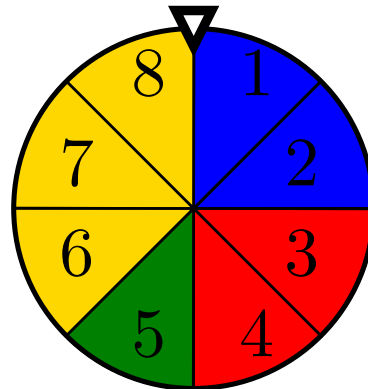


2. Calculer $P(A \cap B)$.
3. Déterminer $P(B)$.

Exercice 10/22

Dans une fête foraine, on fait tourner la roue ci-contre et on note le secteur indiqué par la flèche quand la roue s'arrête. Chaque secteur a la même probabilité d'apparaître.

1. On gagne le nombre de tours de manège égal au numéro du secteur. Soit X la variable qui donne le nombre de tours gagnés. Donner la loi de probabilité de X et son espérance.
2. Le gain prévu est de 0 euros pour chacun des secteurs 1 à 4, pour les secteurs 5 et 6 de 1 euro, pour les secteurs 7 et 8, de 2 euros. On note G la variable aléatoire qui donne le gain du joueur en euros. Donner la loi de probabilité de G et le gain moyen que l'on peut espérer à ce jeu.



Exercice 11/22

Un concours consiste à passer 3 épreuves indépendantes :

- Épreuve 1 : on a 70% de chances de réussir au vu des dernières années ;
- Épreuve 2 : on a 55% de chances de réussir au vu des dernières années ;
- Épreuve 3 : on a 35% de chances de réussir au vu des dernières années ;

On est reçu au concours si on réussit au moins deux épreuves sur les trois.

Quelle est la probabilité de réussir le concours ?

Exercice 12/22

Dans un club de loisirs, différentes activités de découverte sont proposées dont le tennis et le golf. Sur les 48 adhérents, on compte 12 inscriptions pour le tennis et 16 pour le golf, 4 adhérents étant inscrits à la fois en tennis et en golf.

On sort au hasard la fiche d'un adhérent. On désigne par :

- T l'événement « l'adhérent est inscrit en découverte tennis »
- G l'événement « l'adhérent est inscrit en découverte golf »

Les événements T et G sont-ils indépendants ?

Exercice 13/22

Dans une urne, on dispose de 3 boules bleues et 5 boules rouges. On organise alors un jeu dont les règles sont les suivantes : on tire au hasard une boule de l'urne.

- Si la boule est bleue, la boule est remise dans l'urne, le joueur gagne 1 point et rejoue :
 - si la boule tirée est bleue, le joueur gagne 2 points
 - sinon il gagne 1 point.
- Si la boule est rouge, on la remet dans l'urne, le joueur ne gagne ni ne perd aucun point et rejoue :
 - si la boule tirée est bleue, le joueur gagne 1 point
 - sinon il gagne 2 points.

Quel est le gain moyen à ce jeu ?

Exercice 14/22

1. La duchesse d'Aquitaine et la duchesse de Bretagne attendent chacune l'héritier de leur duché. Calculer la probabilité de pouvoir faire une alliance en mariant les deux enfants attendus.
2. Étudier l'indépendance 2 à 2 des événements suivants :
 - A : « l'héritier d'Aquitaine est un garçon ».
 - B : « l'héritier de Bretagne est un garçon ».
 - C : « les deux héritiers sont de même sexe ».
3. A-t-on : $P(A \cap B \cap C) = P(A) \times P(B) \times P(C)$?

Exercice 15/22

1. Soit X une variable aléatoire qui suit la loi uniforme sur $1; 2; \dots; n$ dont l'espérance vaut 48,5. Déterminer la valeur de n .
2. Soit X une variable aléatoire qui suit la loi uniforme sur $4; 5; \dots; 12$. Montrer que $E(X) = 8$.

Exercice 16/22

Une épreuve de Bernoulli peut-elle être associée à chacune des expériences aléatoires ci-dessous ? Si oui, préciser le succès S et $P(S)$.

1. Dans une classe de 35 élèves, il y a 7 élèves qui ont les yeux bleus et 2 élèves ont les yeux verts. Les autres ont les yeux marrons. On choisit un élève au hasard et on note s'il a les yeux bleus.
2. On lance un dé cubique équilibré et on s'intéresse à l'apparition d'un multiple de 3.

Exercice 17/22

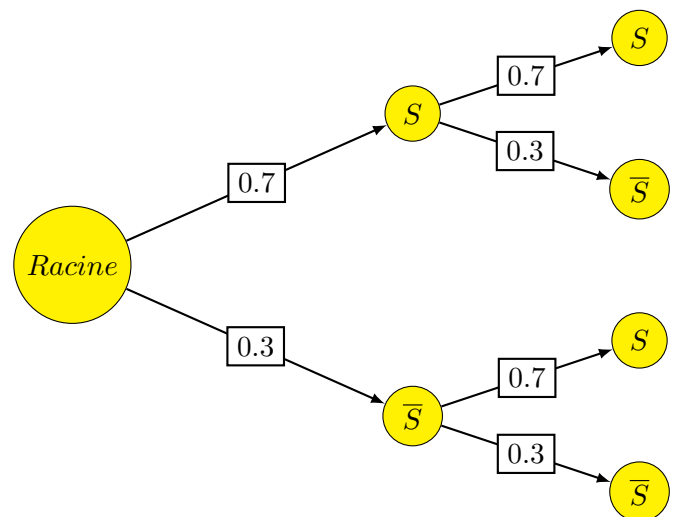
Une urne contient 6 boules : 2 bleues, 2 vertes et 2 jaunes.

1. Peut-on associer une épreuve de Bernoulli à l'expérience aléatoire suivante : on tire une boule au hasard et on note sa couleur ?
2. On tire au hasard une boule. La variable aléatoire X indique le nombre de boules bleues obtenues. Donner la loi de X et son espérance.

Exercice 18/22

L'arbre ci-contre représente un schéma de n épreuves de Bernoulli de succès S et de paramètre p . Entoure la bonne réponse.

1. $n = 4$ et $p = 0.3$.
2. $n = 4$ et $p = 0.7$.
3. $n = 2$ et $p = 0.3$.
4. $n = 2$ et $p = 0.7$.

**Exercice 19/22**

Un élève prend le bus pour aller au lycée.

Chaque matin, il a deux chances sur trois d'attendre moins de 5min.

On appelle S l'événement : « l'élève attend son bus moins de 5 minutes ».

1. Dessine l'arbre qui représente la situation.
2. L'élève doit prendre le bus trois matins consécutifs. Dessiner l'arbre pondéré qui représente la situation.
3. Calculer la probabilité qu'il attende son bus moins de 5 minutes une seule fois sur les trois jours.

Exercice 20/22

On s'intéresse au nombre d'enfants d'une famille. On suppose qu'il n'y a pas de naissances multiples et qu'il y a équiprobabilité pour la naissance d'un garçon ou d'une fille. On suppose que la famille a eu 4 enfants et on note X le nombre de filles.

1. Justifier que X suit une loi binomiale dont on donnera les paramètres.
2. Calculer la probabilité que la famille ait eu au moins une fille.

Exercice 21/22

Un centre de loisirs propose trois activités avec un supplément de prix.

Activité	Jeux	Piscine	Cinéma
Prix	1 euros	3 euros	5 euros

Aurélié dépose, chaque jour de la semaine, ses deux enfants dans ce centre de loisirs.

Chaque enfant choisit une et une seule activité.

On note X la variable aléatoire qui à chaque jour associe le supplément payé par Aurélié.

Partie A

1. Décrire à l'aide d'une phrase l'évènement $\{X = 2\}$ et décrire cet évènement dans le contexte.

2. Même question avec $\{X = 6\}$.
3. Préciser les valeurs possibles pour X .

Partie B

Des statistiques sur ce centre de loisirs montrent qu'un enfant pris au hasard choisira les jeux dans 50% des cas, la piscine dans 30% des cas et le reste du temps il choisira le cinéma. On choisit au hasard une famille de deux enfants. Les deux enfants choisissent indépendamment l'un de l'autre. Ce choix est assimilé à un tirage avec remise. On note Y la variable aléatoire égale au supplément payé par la famille.

On note les évènements suivants :

- J : « L'enfant choisit les jeux. »
- P : « L'enfant choisit la piscine. »
- C : « L'enfant choisit le cinéma. »

1. Représenter la situation par un arbre de probabilités.
2. Calculer $P(Y = 2)$.
3. Démontrer que $P(Y = 4) = 0,3$.
4. Déterminer la loi de probabilités de Y .

Exercice 22/22

Un atelier produit des pièces métalliques pouvant présenter des défauts.

Partie A

On choisit une pièce dans la production d'une journée. On note les évènements suivants :

- A : « La pièce ne présente aucun défaut. »
- E : « La pièce présente au moins un défaut. »

On suppose pour la suite que $P(A) = 0,913$.

Soit X la variable aléatoire qui prend la valeur 1 lorsque la pièce ne présente aucun défaut et 0 sinon.

1. Justifier que cette situation correspond à une épreuve de Bernoulli, et en donner le paramètre.
2. Donner la loi de probabilité de X .
3. Donner l'espérance de X .

Partie B

Les pièces sont vendues par lot de 3 pièces. On choisit au hasard un lot. On admet que le nombre de pièces produites dans la journée est suffisamment important pour que l'on puisse assimiler ce choix à un tirage successif et avec remise de trois pièces dans la production. On note Y la variable aléatoire donnant le nombre de pièces ne présentant aucun défaut dans un lot de trois pièces.

Dans cette partie, les résultats seront arrondis à 0,0001 près.

1. Représenter l'arbre de probabilités associé à cette expérience.
2. Calculer la probabilité qu'aucune pièce d'un lot ne présente de défaut.
3. Démontrer que $P(Y = 2) \approx 0,2176$;
4. Donner la loi de probabilités de Y .
5. $P(Y \geq 2)$ et interpréter ce résultat.
6. Calculer l'espérance de Y .