



Exercices

FONCTIONS EXPONENTIELLES

Exercice 1/30

Simplifier les expressions suivantes :

1. $3^{1,2} \times 3^{6,5}$

2. $\frac{4,7^{-9,1}}{4,7^{8,3}}$

3. $11^{0,4} \times 9^{0,4}$

4. $\frac{1}{163^{-27,54}}$

5. $(35, 1^{-13})^{8,2}$

6. $\frac{12^{-72,3}}{4^{-72,3}}$

Exercice 2/30

Simplifier les expressions suivantes.

a. $9,8^{3,3} \times 20^{3,3} =$

b. $\frac{2^{23,1}}{2^5} =$

c. $12,6^{-80,1} \times 12,6^{4,6} =$

d. $\frac{1}{\pi^{-16,85}} =$

e. $\frac{68^{13,6}}{68^{5,5}} =$

f. $(1,23^4)^{-2,5} =$

Exercice 3/30

Soit x un nombre réel. Écrire les nombres suivants sous la forme a^x avec un réel tel que $a > 0$.

a. $14^x \times 3^x =$

b. $8^x \times 2^{5x} =$

c. $6^{5x} \times 4^{-3x} =$

d. $2^{3x} \times \left(\frac{1}{9}\right)^x =$

e. $\left(\frac{1}{5}\right)^{-x} \times \left(\frac{1}{7}\right)^x =$

Exercice 4/30

Soit x un nombre réel. Développer et simplifier les expressions suivantes.

a. $A = 6^x(7^x - 8^x) =$

b. $B = (4^x + 3)(4^x - 3^x) =$

c. $C = (2^x - 1)(2^x + 1) =$

d. $D = (0,6^{2x} - 1)(1 - 0,5^x) =$

Exercice 5/30

Soit x un nombre réel. Écrire les expressions suivantes sous la forme $2^\alpha \times 3^\beta$ où α et β désignent des nombres réels.

a. $A = 6^x =$

b. $B = 24^x =$

c. $C = \left(\frac{2}{3}\right)^x =$

d. $D = \left(\frac{8}{3}\right)^x =$

e. $E = \left(\frac{8}{9}\right)^x =$

f. $F = 36^x =$

g. $G = \frac{72^x}{16^x \times 3^x} =$

Exercice 6/30

Sur le graphique ci-contre, on a tracé les courbes des fonctions f, g, h, i définies sur $\mathbb{R}$ par :

- $f(x) = 0,89^x$

- $g(x) = 0,2^x$

- $h(x) = 6,3^x$

- $i(x) = 2,8^x$

Associer à chaque fonction un numéro de courbe représentative. **Justifier soigneusement la réponse.**



Exercice 7/30

Sur le graphique ci-contre, on a tracé les courbes des fonctions f, g, h, i définies sur $\mathbb{R}$ par :

- $f(x) = 0,74^x$
- $g(x) = 7,2^x$
- $h(x) = 0,3^x$
- $i(x) = 2,19^x$

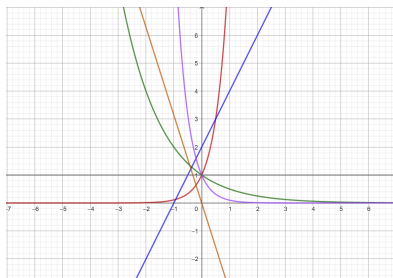
Associer à chaque fonction un numéro de courbe représentative. **Justifier soigneusement la réponse.**

**Exercice 8/30**

Sur le graphique ci-contre, on a tracé les courbes des fonctions f, g, h, i, j et k définies sur $\mathbb{R}$ par :

- $f(x) = 0,5^x$
- $g(x) = 9^x$
- $h(x) = 1^x$
- $i(x) = -\pi x$
- $j(x) = 2x + 2$
- $k(x) = 0.1^x$

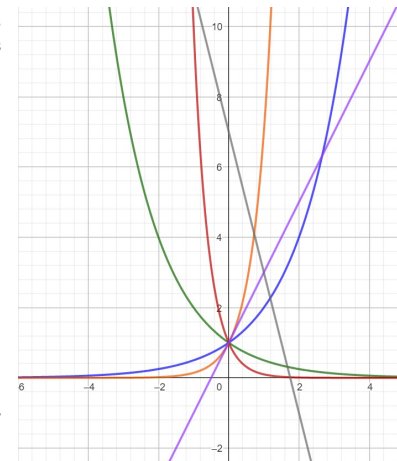
Associer à chaque fonction la couleur de sa courbe représentative. **Justifier soigneusement la réponse.**

**Exercice 9/30**

Sur le graphique ci-contre, on a tracé les courbes des fonctions f, g, h, i, j et k définies sur $\mathbb{R}$ par :

- $f(x) = 0,5^x$
- $g(x) = 7^x$
- $h(x) = 0,1^x$
- $i(x) = -4x + 7$
- $j(x) = 2x + 2$
- $k(x) = 2^x$

Associer à chaque fonction la couleur de sa courbe représentative. **Justifier soigneusement la réponse.**

**Exercice 10/30**

Déterminer **en justifiant soigneusement** le sens de variation des fonctions suivantes définies sur $\mathbb{R}$ par :

1. $f(x) = 24,5^x$
2. $h(x) = 0,999^x$
3. $k(x) = 6,6 \times 1,084^x$
4. $m(x) = 14 \times \left(\frac{2}{3}\right)^x$
5. $o(x) = -4 \times \left(\frac{1}{4}\right)^x$
6. $g(x) = -0,5 \times \left(\frac{5}{6}\right)^x$
7. $p(x) = 0,4 \times 1^x$

Exercice 11/30

Déterminer **en justifiant soigneusement** le sens de variation des fonctions suivantes définies sur $\mathbb{R}$ par :

1. $f(x) = 0,954^x$
2. $h(x) = 3,31^x$
3. $k(x) = 1,012^x$
4. $m(x) = 0,5^x$
5. $o(x) = -5,3 \times 13,16^x$
6. $g(x) = 2 \times 0,18^x$
7. $p(x) = -87 \times 0,21^x$
8. $n(x) = 0,1981 \times 47,44^x$

Exercice 12/30

Déterminer **en justifiant soigneusement** le sens de variation des fonctions suivantes définies sur $\mathbb{R}$ par :

1. $f(x) = \pi^x$
2. $h(x) = -0,999^x$
3. $k(x) = 6 \times 1,004^x$
4. $m(x) = -14 \times \left(\frac{2}{3}\right)^x$

5. $o(x) = 4 \times \left(\frac{1}{4}\right)^x$
6. $g(x) = -0,5 \times \left(\frac{5}{6}\right)^x$
7. $p(x) = -0,2 \times 1^x$

Exercice 13/30

1. Un prix est passé de 25 euros à 16 euros en 15 ans. Calculer le taux d'évolution moyen annuel (à 0,1% près). Interpréter ce résultat en terme d'évolution annuelle.
2. Un prix est passé de 120 euros à 150 euros en 5 ans. Calculer le taux d'évolution moyen annuel (à 0,1% près). Interpréter ce résultat en terme d'évolution annuelle.

Exercice 14/30

1. Un prix est passé de 106 euros à 76 euros en 12 ans. Calculer le taux d'évolution moyen mensuel (à 0,1% près). Interpréter ce résultat en terme d'évolution mensuelle.
2. Un prix est passé de 120 euros à 180 euros en 4 ans. Calculer le taux d'évolution moyen annuel (à 0,1% près). Interpréter ce résultat en terme d'évolution annuelle.

Exercice 15/30

Un prix est passé de 120 à 150 en 3 ans.
Calculer le taux d'évolution moyen annuel (à 0,1 % près).

Exercice 16/30

Un prix est passé de 25 à 16 en 10 ans.
Calculer le taux d'évolution moyen annuel (à 0,1 % près).

Exercice 17/30

Un prix est passé de 1 à 1,50 au bout de la première année, puis de 1,50 à 4 au bout de la deuxième année.
Calculer le taux d'évolution moyen annuel.

Exercice 18/30

Au 1^{er} mars 2008, l'euro s'échangeait contre 1,51890 \$, et, au 1^{er} mars 2015, il s'échangeait contre 1,11819 \$.
Calculer le taux d'évolution moyen annuel.

Exercice 19/30

Déterminer le sens de variation des fonctions suivantes :

1. $f : x \mapsto \pi^x$
2. $g : x \mapsto \sqrt{2^x}$
3. $h : x \mapsto (\sqrt{3} - 1)^x$

Exercice 20/30

Résoudre algébriquement les équations suivantes dans l'ensemble des nombres réels.

- a. $(E_1) : 12^{2x} = 0$
- b. $(E_2) : 0,6^{x-1} = 0,6$
- c. $(E_3) : 1,75^{x+3} = 1,75^5$

Exercice 21/30

Résoudre algébriquement les équations suivantes dans l'ensemble des nombres réels.

- a. $(E_1) : \left(\frac{1}{2}\right)^{2x-7} = \left(\frac{1}{2}\right)^x$
- b. $(E_2) : 3,33^{-x-1} = 3,33^{-2x-1}$
- c. $(E_3) : 7^{x-1} - 7^{1-x} = 0$

Exercice 22/30

Résoudre algébriquement les inéquations suivantes dans l'ensemble des nombres réels.

- a. $(I_1) : 1,02^x > 1,02$
- b. $(I_2) : 5^x \leq 5^2$
- c. $(I_3) : 0,43^x \leq 0$

Exercice 23/30

Résoudre algébriquement les inéquations suivantes dans l'ensemble des nombres réels.

- a. $(I_1) : \sqrt{2}^{x+1} \geq \sqrt{2}^{-x-1}$

Exercice 24/30

Équations XXL

Résoudre algébriquement les équations suivantes dans l'ensemble des nombres réels.

- a. $(E_1) : 15^{x^2} = 15^9$
- b. $(E_2) : \left(\frac{5}{3}\right)^{2-x} = \left(\frac{5}{3}\right)^{-x-\frac{1}{3}}$
- c. $(E_3) : 2^{x-2} = 2^{2+x}$

Exercice 25/30

Résoudre algébriquement les inéquations suivantes dans l'ensemble des nombres réels.

- a. $(I_1) : (1,2345^{x+6})^7 \geq 1,2345^{8x+9}$
- b. $(I_2) : 3^x \times 5^x < 15^{3x+5}$
- c. $(I_3) : 0,01^{2x-0,3} > (0,01^2)^{x-0,2}$

Exercice 26/30

Soient a un nombre réel strictement positif et x et y deux nombres réels.

- Développer $(a^x + a^y)^2$.
- Développer $(a^x - 1)^2$.
- Montrer que

$$(a^x + a^y)(a^x - a^y) = a^{2x} - a^{2y}.$$

Exercice 27/30

Simplifier les expressions suivantes le plus possible (x désigne un nombre réel).

- $A = 2^x \times 2^{2x+1} \times 2^{-x}$
- $B = 0,33^{-x} \times 0,33^{\frac{x}{3}} \times (0,33^{3x})^3$
- $C = \frac{3^x \times 3^{-x+2}}{3^{2x}}$

Exercice 28/30

Factoriser les expressions suivantes (x désigne un nombre réel).

- $A = 2^x + 4^x - 6^x$
- $B = 9^x - 4$
- $C = 25^x - 4 \times 5^x + 4$
- $D = 4^x + 2^{x+2} + 4$

Exercice 29/30

La décroissance radioactive est la réduction du nombre de noyaux radioactifs dans un échantillon.

On considère un échantillon de matériaux radioactifs et on note $N(t)$ le nombre de noyaux à l'instant t (exprimé en années).

On modélise la décroissance radioactive de cet échantillon par la relation :

$$N(t) = 10 \times 2^{-\frac{t}{30}}.$$

- Déterminer le nombre de noyaux de l'échantillon à l'état initial.
- Déterminer le nombre d'atomes dans l'échantillon au bout de dix ans.
- Déterminer les variations de la fonction N . Cela est-il cohérent avec la situation modélisée ?
- Tracer la courbe représentative de la fonction N (on prendra 1 cm pour deux ans et 1 cm pour un atome).
- On appelle τ période radioactive τ la durée au bout de laquelle le nombre de noyaux présents dans l'échantillon est réduit de moitié.
Déterminer graphiquement la période radioactive de l'échantillon.
Retrouver ce résultat par le calcul.

Exercice 30/30

On évalue la pharmacocinétique d'un médicament grâce à la concentration de son principe actif dans le sang.

On a modélisé la concentration en milligrammes de ce principe actif par litre de sang par la fonction f définie par

$$f(t) = t(6 - t) \left(\frac{7}{5}\right)^t$$

où t désigne le temps en heures.

- Dresser le tableau de signe du produit $t(6 - t)$.
- En déduire le signe de la fonction f .
- Au bout de combien de temps le médicament est-il complètement éliminé ?
- Calculer la concentration de ce principe actif une heure après la prise de ce médicament.
- Tracer la courbe représentative de la fonction f sur un intervalle bien choisi (on prendra 1 cm pour une heure et 0,5 cm pour 1 mg/L).
- Il est conseillé au patient une prise de ce médicament toutes les six heures.
Justifier cette préconisation.
- Résoudre graphiquement l'équation $f(t) = 12$.
- Résoudre graphiquement l'inéquation $f(t) \geq 20$.
- On considère que ce médicament est efficace lorsque la concentration de son principe actif dans le sang est supérieure (ou égale) à 10 mg/L.
Au bout de combien de temps ce médicament commence-t-il à être efficace ?
Préciser également la durée d'efficacité de ce médicament.
- Déterminer graphiquement la concentration maximale (arrondie à l'entier) du principe actif dans le sang.
Préciser au bout de combien de temps ce maximum est atteint.
- On appelle τ demi-vie d'élimination τ le temps au bout duquel la concentration maximale du principe actif a diminué de moitié.
Déterminer graphiquement cette demi-vie.
- Décrire l'évolution de la concentration de ce principe actif dans le sang.