



Exercices

EXP. BASE E

Exercice 1/33

Simplifier chaque expression.

$$\text{a) } \frac{e^{x^2} \times (e^x)^2}{e^{(x+1)^2}}$$

$$\text{b) } \frac{e^{3+x}}{e^{3-x}}$$

$$\text{c) } \frac{e^{2x+4} \times e^{-x+1}}{e^{x+5}}$$

Exercice 2/33

Écrire plus simplement les expressions suivantes en utilisant les propriétés algébriques de l'exponentielle :

$$\text{a) } A = e^{-x+7} \times e^{-4x+6}$$

$$\text{c) } C = (e^{x+1})^2 \times e$$

$$\text{e) } E = e^{-5} \times e^{-3x+4} \times e^2$$

$$\text{b) } B = e^{(x+1)^2} \times e$$

$$\text{d) } D = \frac{e^{3x-4}}{e^{-3x+4}}$$

$$\text{f) } F = (e^{-3})^2 \times e^{2x+2} \times \frac{1}{e^4}$$

Exercice 3/33

Déterminer les dérivées des fonctions suivantes :

$$1. f(x) = e^x - 4$$

$$3. h(x) = 3x - e^x$$

$$5. a(x) = (8x + 1)e^x$$

$$2. g(x) = -2e^x + 7$$

$$4. k(x) = 3x^2 + 7e^x - 9x + 4$$

$$6. b(x) = \frac{3e^x}{4x + 1}$$

Exercice 4/33

Calculer la dérivée et étudier les variations des fonctions suivantes :

$$1. f(x) = (2x + 1)e^x$$

$$2. g(x) = \frac{e^x - 1}{2e^x + 1}$$

Exercice 5/33

Dans chacun des cas, f est une fonction dérivable sur $\mathbb{R}$ et il faut déterminer $f'(x)$.

$$1. f(x) = e^x + x^2$$

$$3. f(x) = 3x^2 - 4e^x$$

$$5. f(x) = (1 + x)e^x$$

$$2. f(x) = 3e^x + 4x + 5$$

$$4. f(x) = xe^x$$

$$6. f(x) = \frac{x^2 + 5}{e^x}$$

Exercice 6/33

1. Déterminer les dérivées et le sens de variation des fonctions suivantes :

$$f(x) = 5e^x \quad g(x) = (2x + 1)e^x \quad h(x) = (-3x + 2)e^x \quad d(x) = \frac{e^x}{3x - 5}$$

2. Déterminer l'équation réduite de la tangente à la courbe représentative de f au point d'abscisse 1.
3. Déterminer l'équation réduite de la tangente à la courbe représentative de g au point d'abscisse -2 .
4. Déterminer l'équation réduite de la tangente à la courbe représentative de h au point d'abscisse 5.
5. Déterminer l'équation réduite de la tangente à la courbe représentative de d au point d'abscisse -4 .

Exercice 7/33

Résoudre dans $\mathbb{R}$ les équations suivantes :

- | | | |
|-------------------------|--------------------------|-----------------------------|
| 1. $e^x = e^{-4}$ | 3. $e^{5x+9} = 1$ | 5. $e^{x+70} = e^{2x-6}$ |
| 2. $e^{-3x+8} = e^{10}$ | 4. $e^{5x+3} = e^{3x+8}$ | 6. $e^{-4x+11} = e^{6x-34}$ |

Exercice 8/33

Résoudre dans $\mathbb{R}$ les inéquations suivantes :

- | | | |
|-------------------------|-----------------------------|--------------------------------|
| 1. $e^x > e^9$ | 3. $e^{6x+9} \leq 1$ | 5. $e^{-x+20} < e^{30x-80}$ |
| 2. $e^{-2x+8} < e^{14}$ | 4. $e^{7x+1} \geq e^{5x+4}$ | 6. $e^{-3x+16} \geq e^{8x-12}$ |

Exercice 9/33

Résoudre dans $\mathbb{R}$ les équations suivantes :

- | | |
|-----------------------|---------------------|
| 1. $e^x = e^3$ | 5. $e^{2x+4} = e^2$ |
| 2. $e^x - e^{-4} = 0$ | 6. $e^x + 5 = 0$ |
| 3. $e^x = 1$ | 7. $e^{-3x+5} = 1$ |
| 4. $e^x - e = 0$ | 8. $e^x = 0$ |

Exercice 10/33

Résoudre dans $\mathbb{R}$ les inéquations suivantes :

- | | | |
|-------------------|-----------------------------|-------------------------------|
| 1. $e^x > e^4$ | 4. $e^{3x+4} \geq e^{13}$ | 7. $e^{-3x+1} \leq e^{-4x-5}$ |
| 2. $e^{-2x} > 1$ | 5. $e^{-2x+5} \leq e^9$ | |
| 3. $e^{2x} < e^6$ | 6. $e^{3x+5} \geq e^{6x-1}$ | |

Exercice 11/33

Résoudre dans $\mathbb{R}$ les équations suivantes :

1. $e^x - 5xe^x = 0$

2. $4xe^x + 3e^{x+2} = 0$

3. $e^{2x} - e^x - e^{x+1} + e = 0$

Exercice 12/33

Résoudre les équations dans $\mathbb{R}$.

a) $e^{-7x} \times e^{2x+8} = e^{-x+3}$

c) $(e^{3x})^2 \times e^{x^2+5} = 1$

b) $\frac{e^{3x-1}}{e^{-5x+4}} = 1$

d) $e^{1-x} - e^{2x^2} = 0$

Exercice 13/33

Résoudre dans $\mathbb{R}$ les inéquations.

a) $e^{x^2+6x+5} \geq 1$

b) $e^{-x^2-3x+5} > e$

c) $e^{2x^2-3x-1} \leq (e^4)^2$

d) $\frac{e^{x^2} \times (e^{-x-3})^3}{(e^x)^2} \leq 1$

Exercice 14/33

Résoudre dans $\mathbb{R}$ les équations suivantes :

a) $e^x \times e^{-4} = (e^x)^4$

b) $e^{x^2} = e^{5x-6}$

Exercice 15/33

Résoudre dans $\mathbb{R}$ les inéquations suivantes :

a) $e^x > e^{1-x}$

b) $e^x - \frac{1}{e^x} > 0$

c) $(e^x + 1)(e^{2x} - 2) \geq 0$

Exercice 16/33

1. Déterminer la dérivée et le sens de variation de la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par

$$f(x) = e^{3x-4}.$$

2. Soit g la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par

$$g(x) = (1+x)e^{x-1}.$$

(a) Démontrer que

$$g'(x) = (1+x)e^{x-1}.$$

(b) En déduire le sens de variation de la fonction g sur $\mathbb{R}$.

3. Soit h la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par

$$h(x) = \frac{4x-5}{e^{x+3}}.$$

(a) Démontrer que

$$h'(x) = \frac{9 - 4x}{e^{x+3}}.$$

(b) En déduire le sens de variation de la fonction h sur $\mathbb{R}$.

Exercice 17/33

Déterminer, en fonction de x , le signe des fonctions suivantes :

1. f définie sur $\mathbb{R}$ par

$$f(x) = (x^2 + 4) e^x.$$

2. g définie sur $\mathbb{R}$ par

$$g(x) = \frac{e^{-4x}}{-x^4 - 7}.$$

3. h définie sur $\mathbb{R}$ par

$$h(x) = (1 + e^{2x}) (e^{-3x} + 4).$$

4. i définie sur $\mathbb{R}$ par

$$i(x) = (x^2 - x - 6) e^x.$$

Exercice 18/33

Dans chacun des cas, f est une fonction dérivable sur $\mathbb{R}$. Déterminer $f'(x)$.

1. $f(x) = e^{2x}$

3. $f(x) = e^{3x+4}$

5. $f(x) = e^{-7x+1}$

2. $f(x) = e^{-4x}$

4. $f(x) = e^{5x-2}$

6. $f(x) = e^{-6x-3}$

Exercice 19/33

Déterminer les variations des fonctions suivantes dérivables sur $\mathbb{R}$:

1. $f(x) = e^{x+4} + 3x$

3. $f(x) = (x^2 + 1) e^{2x}$

2. $f(x) = -\frac{e^x}{e^x + 1}$

4. $f(x) = x e^x$

Exercice 20/33

On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}^*$ par

$$f(x) = \frac{e^{12x+5}}{x^3}.$$

a) Montrer qu'une expression de la dérivée de f est :

$$f'(x) = \frac{(12x - 3)e^{12x+5}}{x^4}.$$

b) Donner le tableau de signes de cette dérivée sur $\mathbb{R}^*$ (justifier).

c) En déduire le tableau de variations de f sur $\mathbb{R}^*$.

Donner les valeurs exactes des extremums le cas échéant.

d) Donner une équation de la tangente à la courbe représentative de f au point d'abscisse -1 .

Exercice 21/33

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par

$$f(x) = (1 - x)e^x + 1.$$

- a) Montrer que pour tout réel x de $\mathbb{R}$ on a :

$$f'(x) = -xe^x.$$

- b) Donner le tableau de variations de f .
c) Donner une équation de T , la tangente à C_f , la courbe de f , au point d'abscisse 1.

Exercice 22/33

- a) Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation

$$e^{-0,0434x} = 0,01.$$

On donnera la valeur exacte de la solution.

- b) Un signal de puissance initiale $P(0) = 6,75$ mW parcourt une fibre optique. La puissance du signal, exprimée en mW, lorsque celui-ci a parcouru une distance de x kilomètres depuis l'entrée est donnée par

$$P(x) = 6,75e^{-0,0434x}.$$

Quelle est la distance parcourue par le signal lorsqu'il aura perdu 99 % de sa puissance ?

On arrondira le résultat obtenu au kilomètre.

Exercice 23/33

Déterminer les limites suivantes :

a) $\lim_{x \rightarrow +\infty} (e^{2x} + e^x + 3x)$

e) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{e^x}{e^x + 3}$

b) $\lim_{x \rightarrow -\infty} (e^{2x} + e^x + 5x^3)$

f) $\lim_{x \rightarrow +\infty} (e^x - x)$

c) $\lim_{x \rightarrow +\infty} (10 - e^{-0,1x})$

g) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{15}{1 - e^{1-x}}$

d) $\lim_{x \rightarrow -\infty} (e^{-x^2} + e^x)$

h) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{xe^x + 3}{e^{-3x}}$

Exercice 24/33

Une voiture électrique, dont l'accumulateur est totalement déchargé, est branchée à une borne de rechargement.

L'énergie emmagasinée par l'accumulateur (en kilowattheure), notée E , peut être modélisée en fonction du temps t écoulé (en heure) par la fonction E définie pour $t \in [0; +\infty[$ par :

$$E(t) = 18(1 - e^{-0,45t}).$$

On admet que cette voiture a une énergie de stockage limitée à 18 kWh.

Déterminer l'instant t_0 , arrondi à la minute, à partir duquel la moitié de cette énergie de stockage limitée a été emmagasinée.

Exercice 25/33

Étudier les variations de la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par

$$f(x) = e^{3x} - 6x + 5.$$

Exercice 26/33

1. Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation :

$$e^x \times e^{-4} = (e^x)^4.$$

2. Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'inéquation :

$$(e^x + 1)(e^{2x} - 2) \geq 0.$$

Exercice 27/33

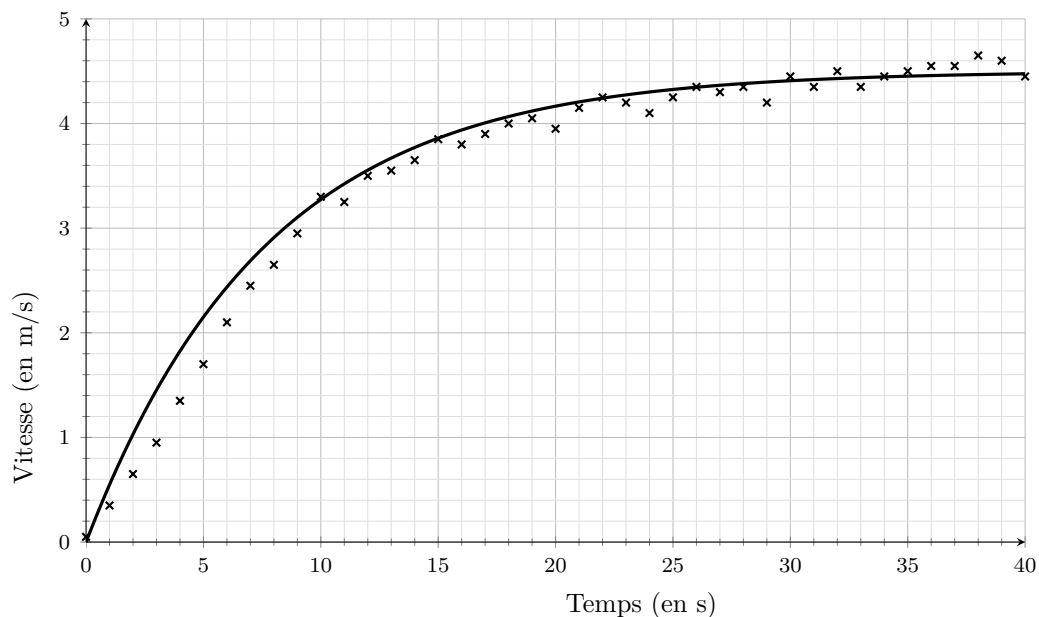
Le taxiage est la période au cours de laquelle un avion se déplace au sol.
La vitesse d'un avion est modélisée par

$$v(t) = A \left(1 - e^{-0,13t} \right).$$

1. Calculer

$$\lim_{t \rightarrow +\infty} v(t).$$

Évolution de la vitesse de l'avion lors du taxiage



2. Conjecturer la valeur de A à l'aide du graphique.

La vitesse de l'avion, exprimée en m.s^{-1} , est modélisée par la fonction v définie sur $[0; +\infty[$ par

$$v(t) = 4,5 \left(1 - e^{-0,13t} \right).$$

On admet que v est dérivable sur $[0; +\infty[$ et on note v' la dérivée de v .

3. Montrer que

$$v'(t) = 0,585e^{-0,13t}.$$

En déduire l'accélération initiale de l'avion.

Exercice 28/33

Soit la fonction h définie sur $\mathbb{R}^*$ par

$$h(x) = e^{x+1} + \frac{1}{x^2}.$$

Déterminer les limites suivantes :

i.

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} h(x)$$

ii.

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} h(x)$$

iii.

$$\lim_{x \rightarrow 0} h(x)$$

Exercice 29/33

1. Résoudre dans $\mathbb{R}$ les équations et inéquations suivantes :

a)

$$e^{x+1} = e^{2x-3}$$

b)

$$e^{x+1} > 12$$

2. Donner la dérivée de la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par

$$f(x) = e^{x^2+1} + x^2.$$

Exercice 30/33

Résoudre dans $\mathbb{R}$ les équations suivantes :

a)

$$e^{2x^2} = e^{-3}$$

b)

$$e^{x^2} = 4$$

c)

$$e^{x^2} = 3e^{x-2}$$

Exercice 31/33

Soit la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par

$$f(x) = (4x + 2)e^{2x}.$$

1. Déterminer les limites de f en $+\infty$ et $-\infty$.

2. a) Calculer l'expression de la dérivée f' de la fonction f .

b) Étudier le signe de f' et construire le tableau de variations complet de la fonction f .

Exercice 32/33

On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par

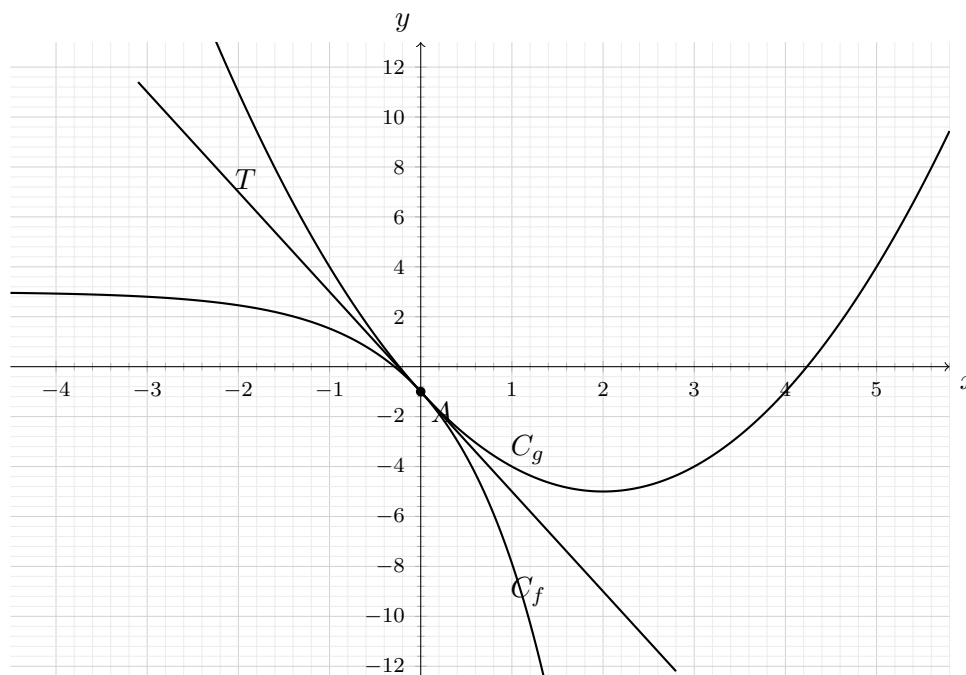
$$f(x) = a + be^x,$$

où a et b sont deux nombres réels.

On considère la fonction g définie sur $\mathbb{R}$ par

$$g(x) = x^2 - 4x - 1.$$

On note C_f et C_g les courbes représentatives des fonctions f et g , tracées dans le repère orthogonal ci-après.



1. On admet que les deux courbes C_f et C_g ont un unique point en commun, noté A d'abscisse 0.

Calculer $g(0)$, puis en déduire que

$$a + b = -1.$$

2. On admet que les deux courbes C_f et C_g ont la même tangente T au point A .

- a) Donner, pour tout réel x , une expression de $g'(x)$ puis calculer $g'(0)$.
- b) En déduire la valeur de b , puis celle de a .

Exercice 33/33

1. Écrire plus simplement l'expression suivante :

$$a(x) = \ln \left(\sqrt{e^x} \times \frac{e^{4x}}{e^{6x}} \times (e^{3x})^2 \times e^{-3x} \right).$$

2. Déterminer la fonction dérivée de

$$f(x) = e^{x^2+3x} + \frac{e^{2x}}{e^{2x} - 1}.$$

3. Calculer les limites suivantes :

a)

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(2x - 1 + \frac{e^x}{x} \right)$$

b)

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(5 + xe^{-x} \right)$$