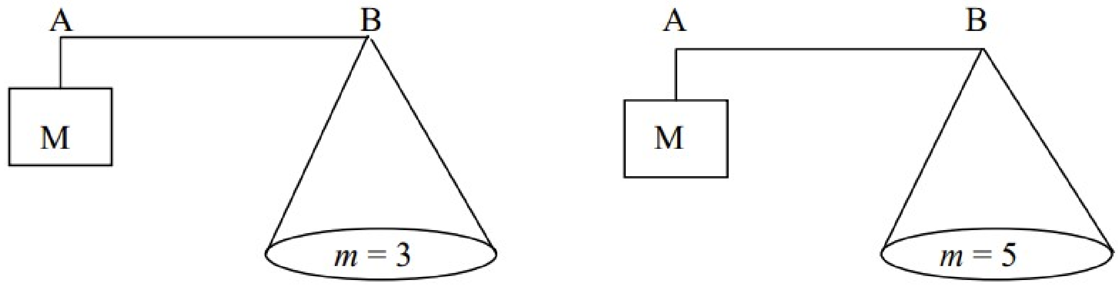
Exercices

Barycentres

Exercice 1/8

Une balance est constituée d'une masse M et d'un plateau fixé à l'extrémité d'une tige. Pour peser une masse m, le vendeur place, à une position précise, un crochet sur la tige. Cette balance a l'avantage, pour le commerçant, de ne pas manipuler plusieurs masses.



1. Pour chacun des cas ci-dessus, où faut-il fixer le crochet G sur le segment $[AB]$ pour réaliser l'équilibre ? $(M = 2kg)$.
2. Le point G est tel que $\overrightarrow{AG} = \dfrac{2}{3}\overrightarrow{AB}$. Quelle est la masse m pesée ? $(M = 2kg)$

Exercice 2/8

Soit A et B deux points distincts.

1. Quel est le barycentre du système $\{(A,1),(B,1)\}$?
2. Les barycentres des systèmes $\{(A,1),(B,2)\}$ et $\{(A,2),(B,1)\}$ sont-ils confondus ?
3. Les barycentres des systèmes $\{(A,-1),(B,2)\}$ et $\{(A,-2),(B,1)\}$ sont-ils confondus ?

Exercice 3/8

Soit ABC un triangle non aplati. Dans le repère (A,B,C), quelles sont les coordonnées barycentriques des points suivants : A, B, C, le centre de gravité G du triangle ABC, le milieu I de $[AB]$, le symétrique A' de A par rapport à B ?

Exercice 4/8

Soit A et B deux points distincts. N est le point défini par $\overrightarrow{NA} = -\dfrac{1}{2}\overrightarrow{NB}$.

1. Démontrer que les vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AN}$ sont colinéaires.

2. Placer le point N sur une figure.
3. Exprimer N comme barycentre des points A et B.

Exercice 5/8

B est le milieu de $[AC]$.
Démontrer que le barycentre de $\{(A, 1), (C, 3)\}$ est confondu avec celui de $\{(B, 2), (C, 2)\}$.

Exercice 6/8

Soit $A,\ B,\ C$ et D quatre points distincts.
On note K le barycentre de $\{(A, 3), (B, 1)\}$, J le milieu de $[DC]$, G le centre de gravité de BCD et I le milieu de $[AG]$.
Montrer que les points $I,\ J$ et K sont alignés.

Exercice 7/8

A l'aide des barycentres, démontrer que les trois médianes d'un triangle sont concourantes et retrouver la position du centre de gravité sur les médianes.

Exercice 8/8

Soit A , B , C trois points du plan. Déterminer les points M du plan tels que :

$$||2\overrightarrow{MA} - \overrightarrow{MB} + 2\overrightarrow{MC}|| = ||\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC}||$$