Exercices

Rep. paramétriques

Dans tous les exercices, l'espace est rapporté à un repère orthonormé $(O; \overrightarrow{\imath}, \overrightarrow{\jmath}, \overrightarrow{k})$.

Exercice 1/27

On considère les points $A(-1; -2; 4)$ et $B(\frac{1}{2}; 1; -2)$ et les plans :

$$\mathcal{P}_1 \quad : \quad 3x + 2y - z + 2 = 0 \text{ et } \mathcal{P}_2 \quad : \quad 2x + 2y - \frac{1}{2}z = 0$$

1. Déterminer un système d'équations paramétriques de la droite (AB).
2. Déterminer un système d'équations paramétriques de la droite (d) intersection de $\mathcal{P}_1$ et $\mathcal{P}_2$.

Exercice 2/27

1. Déterminer un système d'équations paramétriques de l'axe (Oz).
2. Donner un système d'équations paramétriques de la droite $\mathcal{D}_1$ passant par $A(1; 2; -3)$ et de vecteur directeur $\overrightarrow{u}\begin{pmatrix} 4 \\ 2 \\ -1 \end{pmatrix}$.
3. Donner un système d'équations paramétriques de la droite $\mathcal{D}_2$ passant par les points $A(0; 5; -7)$ et $B(6; -2; 1)$.

Exercice 3/27

1. Déterminer une équation cartésienne du plan $\mathcal{P}$ passant par $A(1; -2; 3)$ et de vecteur normal $\overrightarrow{n}\begin{pmatrix} 4 \\ 5 \\ -6 \end{pmatrix}$.
2. Déterminer une équation cartésienne du plan $\mathcal{P}$ caractérisé par le point $B(5; -1; 0)$ et les vecteurs $\overrightarrow{u}\left(1; 3; -2\right)$ et $\overrightarrow{v}\left(4; 7; -1\right)$.
3. Déterminer une équation cartésienne du plan (CDE) où :

$$C(0; 1; 1), \; D(-4; 2; 3) \; \text{ et } \; E(4; -1; 1).$$

Exercice 4/27

1. Déterminer une équation cartésienne des plans :

(a) (xOy) (b) (yOz) (c) (xOz)

2. Déterminer une équation cartésienne du plan médiateur du segment $[AB]$ où $A(-3;2;8)$ et $B(1;5;-2)$.

3. On considère le plan $\mathcal{P}$ caractérisé par le point $C(3;-1;2)$ et les vecteurs $\overrightarrow{u}\begin{pmatrix}2\\1\\-1\end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{v}\begin{pmatrix}-3\\-1\\3\end{pmatrix}$.
   (a) Vérifier que $\overrightarrow{u}$ et $\overrightarrow{v}$ ne sont pas colinéaires.
   (b) Soit $M(x;y;z)$ un point de l'espace.
   A quelle condition M appartient-il à $\mathcal{P}$?
   (c) Soit le vecteur $\overrightarrow{w}\begin{pmatrix}4\\-6\\2\end{pmatrix}$.
   Après avoir montré que $\overrightarrow{w}$ est un vecteur normal au plan $\mathcal{P}$, déterminer une équation cartésienne de $\mathcal{P}$.

Exercice 5/27

On définit les plans suivants :

$$\mathcal{P}_1 \ : \ 2x-3y+6z=3, \quad \mathcal{P}_2 \ : \ -\frac{x}{3}+\frac{y}{2}-z=1, \quad \mathcal{P}_3 \ : \ 4x-2y+z=10$$

1. Déterminer l'intersection des plans $\mathcal{P}_1$ et $\mathcal{P}_2$.
2. Déterminer l'intersection des plans $\mathcal{P}_1$ et $\mathcal{P}_3$.

Exercice 6/27

Caractériser l'ensemble des points $M(x;y;z)$ tels que :

1. $\begin{cases} 2x-y+z &= 3 \\ x+2y-z &= 1 \end{cases}$
2. $\begin{cases} x-3y+7z &= 1 \\ -7x+21y-49z &= -7 \end{cases}$
3. $\begin{cases} -x+3y+z &= 3 \\ 2x-6y-2z &= 1 \end{cases}$

Exercice 7/27

On considère la droite (d) définie par le système $\begin{cases} x &= 1+3t \\ y &= -3t \\ z &= 5 \end{cases}$ avec $t \in \mathbb{R}$

1. Déterminer sa position par rapport au plan $\mathcal{P}$ d'équation :

$$2x-y+3z+10=0$$

2. Déterminer sa position par rapport au plan $\mathcal{P}_1$ d'équation :

$$-x-y+2z-9=0$$

Exercice 8/27

Déterminer l'intersection :

1. de la droite $\mathcal{D}_1$ définie par $\begin{cases} x &= -1+3t \\ y &= 2-5t \\ z &= t \end{cases}$ avec $t \in \mathbb{R}$ avec le plan $\mathcal{P}_1$ d'équation cartésienne $3x-2y+5z-1=0$;
2. de la droite $\mathcal{D}_2$ définie par $\begin{cases} x &= 2+6t \\ y &= 3-t \\ z &= 12 \end{cases}$ avec $t \in \mathbb{R}$ avec le plan $\mathcal{P}_2$ d'équation cartésienne $x+6y+3z-7=0$;
3. de la droite $\mathcal{D}_3$ passant par $A(1;2;3)$ et de vecteur directeur $\overrightarrow{u}_3 \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}$ avec le plan $\mathcal{P}_3$ caractérisé par le point $O(0;0;0)$ et les vecteurs $\overrightarrow{v} \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{w} \begin{pmatrix} 0 \\ 3 \\ 0 \end{pmatrix}$.

Exercice 9/27

Quelle est la position relative des droites :

$$\mathcal{D} : \begin{cases} x &= 5+3t \\ y &= 2+t \\ z &= 1-4t \end{cases}, \ t \in \mathbb{R} \quad \text{et} \quad \mathcal{D}' : \begin{cases} x &= 2t'-11 \\ y &= 10-2t' \\ z &= 4+t' \end{cases}, \ t' \in \mathbb{R}$$

Justifier.

Exercice 10/27

Déterminer les positions relatives des droites suivantes.

1. $\mathcal{D}_1 \begin{cases} x &= -3+2t \\ y &= 5-t \\ z &= 7+4t \end{cases}$ avec $t \in \mathbb{R}$ et $\mathcal{D}_2 \begin{cases} x &= -5-t \\ y &= 6+\frac{1}{2}t \\ z &= 2-2t \end{cases}$ avec $t \in \mathbb{R}$
2. $\mathcal{D}_1$ et $\mathcal{D}_3 \begin{cases} x &= 4+t \\ y &= -6-3t \\ z &= 21+2t \end{cases}$ avec $t \in \mathbb{R}$
3. $\mathcal{D}_1$ et $\mathcal{D}_4 \begin{cases} x &= -1+3t \\ y &= 2 \\ z &= 7-5t \end{cases}$ avec $t \in \mathbb{R}$

4. $\mathcal{D}_1$ et $\mathcal{D}_5$ $\begin{cases} x &= 3-3t \\ y &= 2+\dfrac{3}{2}t \\ z &= 19-6t \end{cases}$ avec $t \in \mathbb{R}$

Exercice 11/27

Indiquer si les assertions suivantes sont vraies ou fausses et justifier la réponse.

1. La droite (AB) où $A(-1;6;-1)$ et $B(2;3;5)$ admet pour système d'équations paramétriques :
$$\begin{cases} x &= 1-t \\ y &= 4+t \\ z &= 3-2t \end{cases}, \quad t \in \mathbb{R}$$
2. La droite d'intersection des plans d'équations $2x+4y-z-2=0$ et $y-z+3=0$ admet pour système d'équations paramétriques :
$$\begin{cases} x &= -\dfrac{1}{2}+3t \\ y &= -2+2t \\ z &= 1+2t \end{cases}, \quad t \in \mathbb{R}$$
3. On considère le plan $\mathcal{P}$ d'équation cartésienne $2x+2y-z-11=0$ et C le point de coordonnées $(1;0;-2)$.
Alors $D(3;2;-1)$ est le projeté orthogonal de C sur le plan $\mathcal{P}$.
4. Les points $E(2;4;1)$, $F(0;4;-3)$ et $G(3;1;-3)$ appartiennent à un plan de vecteur normal $\overrightarrow{n}\begin{pmatrix} 2 \\ 2 \\ -1 \end{pmatrix}$.
5. La droite (CG) a pour représentation paramétrique le système suivant :
$$\begin{cases} x &= -1+2t \\ y &= -1+t \\ z &= -1-t \end{cases}, \quad t \in \mathbb{R} \text{ et } (CG) \text{ est orthogonale à } (EF).$$

Exercice 12/27

Soit ABCDEFGH un cube de côté 1 et $(A;\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AD},\overrightarrow{AE})$ est un repère orthonormé de l'espace.

1. Calculer le volume du tétraèdre BCDG.
2. Calculer l'aire du triangle BDG.
3. On appelle distance du point Ω au plan $\mathcal{P}$ la plus petite distance ΩM avec M un point du plan $\mathcal{P}$, elle représente la distance ΩH avec H le projeté orthogonal du point Ω sur le plan $\mathcal{P}$.
Calculer la distance du point C au plan (BDG).
4. Déterminer une équation cartésienne du plan (BDG).

Exercice 13/27

L'espace est muni du repère orthonormal $(O; \vec{\imath}, \vec{\jmath}, \vec{k})$.
Les parties A et B peuvent être traitées de façon indépendantes.

Partie A

Soit $\mathcal{P}$ le plan d'équation $x + y + z - 4 = 0$, et $\mathcal{P}'$ le plan d'équation $6x + 3y - 2z - 6 = 0$.

1. Étudier la position relative des plan $\mathcal{P}$ et $\mathcal{P}'$.
2. Établir un système d'équations paramétriques de la droite d'intersection de $\mathcal{P}$ et $\mathcal{P}'$.
3. Vérifier, pour tout point $M(x; y; z)$, l'équivalence :

$$M(x; y; z) \in \mathcal{P} \cap \mathcal{P}' \iff \text{il existe un réel } t \text{ tel que } \begin{cases} x &= 5t + 3 \\ y &= -8t - 2 \\ z &= 3t + 3 \end{cases}$$

Partie B

On considère les points $A(1; 0; 0)$, $B(0; 2; 0)$ et $C(0; 0; -3)$.
Soit $\mathcal{P}''$ le plan d'équation $x + y + z - 4 = 0$.

1. Soit $M(x; y; z)$ un point de l'espace.
   Établir que $M \in (AB)$ si, et seulement si, il existe un réel t tel que :

$$\begin{cases} x &= 1 - t \\ y &= 2t \\ z &= 0 \end{cases}$$

2. Après avoir montré que la droite (AB) et la plan $\mathcal{P}''$ sont sécants, déterminer les coordonnées de leur point d'intersection I.
3. Montrer que la droite (BC) coupe le plan $\mathcal{P}''$ au point $J(0; 2,8; 1,2)$.
4. Vérifier que $\overrightarrow{IJ}$ est colinéaire au vecteur $\vec{v}\begin{pmatrix} 5 \\ -8 \\ 3 \end{pmatrix}$.
5. Démontrer que les points A, B et C forment un plan.
6. Caractériser l'intersection des plans (ABC) et $\mathcal{P}''$.

Exercice 14/27

On se place dans l'espace muni d'un repère orthonormé. On considère la droite $\mathcal{D}$ dont une représentation paramétrique est $\begin{cases} x &= -1 - 4t \\ y &= 1 + 2t \\ z &= 5 + 2t \end{cases}$ avec $t \in \mathbb{R}$.
On donne les points $A(1; 1; 0)$, $B(3; 0; -1)$ et $C(7; -3; 1)$.

1. Déterminer une représentation paramétrique de la droite (AB).
2. Les droites $\mathcal{D}$ et (AB) sont-elles coplanaires ?
3. Le point C appartient-il à la droite $\mathcal{D}$?

Exercice 15/27

On se place dans l'espace muni d'un repère orthonormé. On considère la droite $\mathcal{D}$ dont une

représentation paramétrique est $\begin{cases} x &= 2+3t \\ y &= 1-t \\ z &= 3-2t \end{cases}$ avec $t \in \mathbb{R}$.
Déterminer les coordonnées du projeté orthogonal H du point $A(2;3;-1)$ sur la droite $\mathcal{D}$.

Exercice 16/27

Préciser la nature géométrique de l'ensemble défini par : (S) $\begin{cases} x &= 1+2t \\ y &= t \\ z &= -2-t \end{cases}$ avec $t \in \mathbb{R}$.

Exercice 17/27 : *

Dans un repère $(O;\vec{\imath},\vec{\jmath},\vec{k})$, on donne les vecteurs $\vec{u}\begin{pmatrix}-3\\-1\\1\end{pmatrix}$; $\vec{v}\begin{pmatrix}5\\1\\-2\end{pmatrix}$ et $\vec{w}\begin{pmatrix}-2\\2\\1\end{pmatrix}$.

1. Démontrer que $(\vec{u},\vec{v},\vec{w})$ est une base des vecteurs de l'espace.
2. Quelles sont les coordonnées du vecteur $\vec{t}\begin{pmatrix}-11\\-1\\-5\end{pmatrix}$?

Exercice 18/27

L'espace est muni d'un repère orthonormé.
Dire dans chacun des cas suivants si les droites $\mathcal{D}$ et Δ sont parallèles, confondues ou sécantes ou non coplanaires.
Dans le cas où les droites sont sécantes, déterminer les coordonnées du point d'intersection.

1. $\mathcal{D}$: $\begin{cases} x &= t \\ y &= -1-t \\ z &= 3+t \end{cases}$ avec $t \in \mathbb{R}$ et Δ : $\begin{cases} x &= 1-2t' \\ y &= -2+2t' \\ z &= 5-2t' \end{cases}$ avec $t' \in \mathbb{R}$.
2. $\mathcal{D}$: $\begin{cases} x &= -3+2t \\ y &= -1+t \\ z &= 2-3t \end{cases}$ avec $t \in \mathbb{R}$ et Δ : $\begin{cases} x &= -1+t' \\ y &= -t' \\ z &= -1-t' \end{cases}$ avec $t' \in \mathbb{R}$.
3. $\mathcal{D}$: $\begin{cases} x &= 2-t \\ y &= 3+t \\ z &= 1-2t \end{cases}$ avec $t \in \mathbb{R}$ et Δ : $\begin{cases} x &= 4+3t' \\ y &= 2-2t' \\ z &= 3+t' \end{cases}$ avec $t' \in \mathbb{R}$.

Exercice 19/27

L'espace est muni d'un repère orthonormal $(O;\vec{\imath},\vec{\jmath},\vec{k})$.
On note $\mathcal{D}$ la droite passant par les points $A(1;-2;-1)$ et $B(3;-5;-2)$.

1. Montrer qu'une représentation paramétrique de la droite $\mathcal{D}$ est :

$$\begin{cases} x &= -3+2t \\ y &= 4-3t \\ z &= 1-t \end{cases}, \quad t \in \mathbb{R}.$$

2. On note $\mathcal{D}'$ la droite ayant pour représentation paramétrique :

$$\begin{cases} x &= 2-k \\ y &= 1+2k \\ z &= k \end{cases},\ k \in \mathbb{R}.$$

Montrer que les droite $\mathcal{D}$ et $\mathcal{D}'$ ne sont pas coplanaires.

Exercice 20/27

On définit les points $A(-1;1;3)$, $B(2;-1;-2)$, $C(0;1;-4)$ et $D(2;-1;-2)$ dans un repère orthonormé de l'espace.
Démontrer que les droites (AB) et (CD) sont perpendiculaires.

Exercice 21/27

On définit le point $A(4;5;7)$ et le vecteur $\overrightarrow{n}\begin{pmatrix}-1\\3\\2\end{pmatrix}$ dans un repère orthonormé de l'espace.
Déterminer une équation cartésienne du plan $\mathcal{P}$ passant par A et de vecteur normal $\overrightarrow{n}$.

Exercice 22/27

On définit les points $A(4;5;6)$, $B(-1;4;7)$ et $C(0;0;7)$ dans un repère orthonormé de l'espace.
Déterminer une équation du plan $\mathcal{P}$ perpendiculaire à la droite (AB) et passant par C.

Exercice 23/27 : *

On définit les points $A(1;2;-3)$, $B(4;-1;5)$ et $C(4;7;-6)$ dans un repère orthonormé de l'espace. Déterminer une équation du plan (ABC).

Exercice 24/27 : Spécialité Mathématiques (sujet 0) - Bac 2024

Cliquer et faire l'exercice 4

Exercice 25/27 : Spécialité Mathématiques (Métropole France 1) - Bac 2023

Cliquer et faire l'exercice 4

Exercice 26/27 : Spécialité Mathématiques (Amérique du Nord 1) - Bac 2023

Cliquer et faire l'exercice 3

Exercice 27/27 : Spécialité Mathématiques (La Réunion 1) - Bac 2023

Cliquer et faire l'exercice 4