

Correctif : Exercices sur les fractions algébriques

Question 1

Simplifie et énonce les conditions d'existence

$$1. \frac{x^4-1}{x^3-x} = \frac{(x^2-1)(x^2+1)}{x(x^2-1)} = \frac{(x-1)(x+1)(x^2+1)}{x(x-1)(x+1)} = \frac{x^2+1}{x}$$

CE : $x \neq 0$ et $x \neq 1$ et $x \neq -1$

$$2. \frac{x^2-y^2}{x^2-2xy+y^2} = \frac{(x-y)(x+y)}{(x-y)^2} = \frac{(x+y)}{(x-y)}$$

CE : $x \neq y$

$$3. \frac{x^2-1}{(x+1)(2x^2-2x)} = \frac{(x-1)(x+1)}{(x+1)2x(x-1)} = \frac{1}{2x}$$

CE : $x \neq 0$ et $x \neq 1$ et $x \neq -1$

$$4. \frac{(2x+1)^2-4x-2}{4x^2-1} = \frac{4x^2+4x+1-4x-2}{(2x-1)(2x+1)} = \frac{4x^2-1}{(2x-1)(2x+1)} = \frac{(2x-1)(2x+1)}{(2x-1)(2x+1)} = 1$$

CE : $x \neq \frac{1}{2}$ et $x \neq -\frac{1}{2}$

Question 2

Effectue et énonce les conditions d'existence :

$$5. \frac{2}{x-1} + \frac{4}{x+1} = \frac{2(x+1)+4(x-1)}{(x-1)(x+1)} = \frac{2x+2+4x-4}{(x-1)(x+1)} = \frac{6x-2}{(x-1)(x+1)} = \frac{2(3x-1)}{(x-1)(x+1)}$$

CE : $x \neq 1$ et $x \neq -1$

$$6. \frac{2}{x-1} - \frac{3}{x+3} = \frac{2(x+3)}{(x-1)(x+3)} - \frac{3(x-1)}{(x-1)(x+3)} = \frac{2x+6-3x+3}{(x-1)(x+3)} = \frac{7-x}{(x-1)(x+3)}$$

CE : $x \neq 1$ et $x \neq -3$

$$7. \frac{4}{x^2-9} + \frac{3}{(x+3)^2} = \frac{4}{(x-3)(x+3)} + \frac{3}{(x+3)^2} = \frac{4(x+3)+3(x-3)}{(x-3)(x+3)^2} = \frac{4x+12+3x-9}{(x-3)(x+3)^2} = \frac{7x+3}{(x-3)(x+3)^2}$$

CE : $x \neq 3$ et $x \neq -3$

$$8. \frac{x}{x^2-9} - \frac{1}{2x-6} = \frac{x}{(x-3)(x+3)} - \frac{1}{2(x-3)} = \frac{2x-(x+3)}{2(x-3)(x+3)} = \frac{x-3}{2(x-3)(x+3)} = \frac{1}{2(x+3)}$$

CE : $x \neq 3$ et $x \neq -3$

$$9. \frac{1}{x^2-2x+1} + \frac{1}{x-1} = \frac{1}{(x-1)^2} + \frac{1}{x-1} = \frac{1+x-1}{(x-1)^2} = \frac{x}{(x-1)^2}$$

CE : $x \neq 1$

$$10. \frac{2x^2+6x}{x+4} \cdot \frac{x^2+8x+16}{5x^2+15x} = \frac{2x(x+3)(x+4)^2}{(x+4)5x(x+3)} = \frac{2(x+4)}{5}$$

CE : $x \neq -4$ et $x \neq -3$ et $x \neq 0$

$$11. \frac{2x-4}{x+3} \cdot \frac{x^2+6x+9}{x^2-4} = \frac{2(x-2)(x+3)^2}{(x+3)(x-2)(x+2)} = \frac{2(x+3)}{x+2}$$

CE : $x \neq -3$ et $x \neq 2$ et $x \neq -2$

$$12. \frac{2x-4}{x^2+6x+9} \div \frac{x^2-4}{x^2-9} = \frac{2(x-2)}{(x+3)^2} \cdot \frac{(x-3)(x+3)}{(x-2)(x+2)} = \frac{2(x-3)}{(x+3)(x+2)}$$

CE : $x \neq -3$ et $x \neq 3$ et $x \neq 2$ et $x \neq -2$

$$13. \frac{1}{x+5} + \frac{1}{x-5} = \frac{x-5}{(x+5)(x-5)} + \frac{x+5}{(x+5)(x-5)} = \frac{2x}{(x+5)(x-5)}$$

CE : $x \neq 5$ et $x \neq -5$

$$14. \frac{x+1}{x^2-4} - \frac{x-2}{x+2} = \frac{x+1}{(x-2)(x+2)} - \frac{x-2}{(x+2)} = \frac{x+1-(x-2)^2}{(x-2)(x+2)} = \frac{x+1-(x^2-4x+4)}{(x-2)(x+2)} = \frac{x+1-x^2+4x-4}{(x-2)(x+2)} = \frac{-x^2+5x-3}{(x-2)(x+2)}$$

CE : $x \neq 2$ et $x \neq -2$