Corrigé : Évaluation sommative

FONCTIONS/ PUISSANCES ET RACINES

Exercice 1/6 : Domaine de définition

Donner le domaine de définition des fonctions suivantes :

1. $x \longrightarrow \sqrt{x+9}$
2. $x \longrightarrow \dfrac{1}{\sqrt{x-7}}$
3. $x \longrightarrow x^{18} + x^2 + 3x$
4. $x \longrightarrow x^2 + \dfrac{x}{\sqrt{x^2+1}}$

Solution :

1. $[-9; +\infty]$
2. $]7; +\infty[$
3. $\mathbb{R}$
4. $\mathbb{R}$

Exercice 2/6

Écrire sous la forme $a\sqrt{b}$ avec a et b entiers b étant le plus petit possible.

1. $\sqrt{8}$
2. $\sqrt{12}$
3. $\sqrt{50}$
4. $\sqrt{98}$

Solution :

1. $2\sqrt{2}$
2. $2\sqrt{3}$
3. $5\sqrt{2}$
4. $9\sqrt{2}$

Exercice 3/6

Simplifier l'écriture.

1. $\sqrt{5} \times \sqrt{125}$
2. $5\sqrt{3} - 5\sqrt{12}$
3. $7\sqrt{2} - \sqrt{18}$
4. $3^7 \times 3^{-8}$
5. $(2^2)^{-2}$
6. $\dfrac{5^{161}}{5^{159}}$

Solution :

1. 25
2. $-5\sqrt{3}$
3. $4\sqrt{2}$
4. $3^{-1} = \dfrac{1}{3}$
5. $2^{-4} = \dfrac{1}{16}$
6. 25

Exercice 4/6 : Calculer et représenter

Soit la fonction g dont l'expression est donnée ci-dessous :
$g(x) = x^3 + 3x^2$

1. **Donner** le domaine de définition de g.
2. **Compléter** le tableau de valeurs suivant :

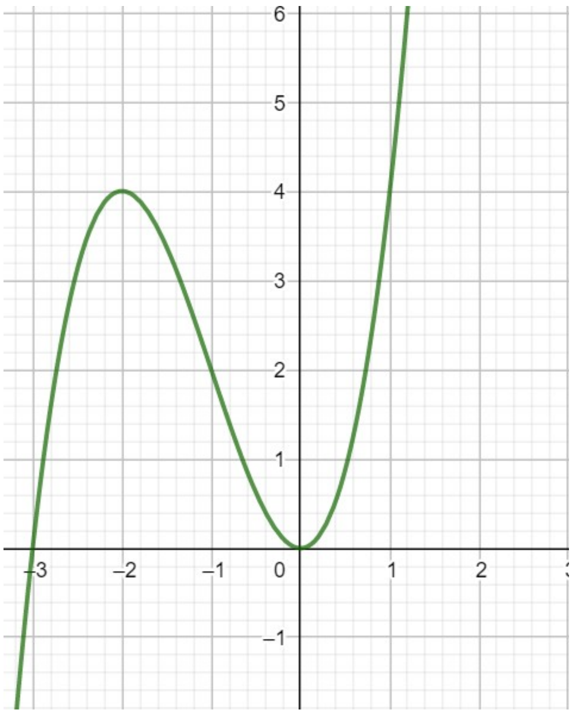
x	-3	-2	-1	0	1
$g(x)$					

3. **Tracer** ci-dessous la courbe représentative de la fonction g.

Solution :

1. $\mathbb{R}$
2.

x	-3	-2	-1	0	1
$g(x)$	0	4	2	0	4

3. 

Exercice 5/6 : Calcul algébrique

Soit f la fonction définie pour tout réels x par $f(x) = 9x^2 - 16$ dont la courbe représentative est donnée.

1. Résoudre **graphiquement** l'inéquation : $g(x) \geq 20$
2. Résoudre **graphiquement** l'inéquation : $g(x) \leq 0$
3. (a) Factoriser l'expression de $f(x)$ à l'aide d'une identité remarquable.
   (b) On note C_f la courbe représentative de la fonction f.
   Déterminer les coordonnées **des** points d'intersection de la courbe C_f avec l'axe des abscisses.
4. Calculer l'image par la fonction f de -1.
5. Donner un antécédent par la fonction f de -16.

Solution :

1. $]-\infty;-2] \cup [2;+\infty[$
2. $[-1,5;1,5]$
3. (a) $f(x) = (3x)^2 - 4^2 = (3x+4)(3x-4)$
   (b) D'après la question précédente : $f(x) = 0 \Longleftrightarrow x = -\dfrac{4}{3}$ ou $x = \dfrac{4}{3}$
4. $f(-1) = -7$
5. On a : $f(0) = -16$

Exercice 6/6 : Modéliser et raisonner

Soit un rectangle $ABCD$ de longueur $AB = x$ et de périmètre égal à $8cm$.
Conjecturer la valeur maximale que peut prendre l'aire du rectangle en justifiant votre réponse.

Solution :

En notant y la longueur du côté BC du rectangle, on a :
$P = 2y + 2x = 8$
D'où $2y = 8 - 2x$ et donc $y = 4 - x$.
L'aire du rectangle en fonction de x est donc égale à : $A = x \times (4 - x)$
L'aire du rectangle est obligatoirement positive. On remarque que l'aire est nulle pour $x = 0$ ou $x = 4$. Au dela de $x = 4$ l'aire serait négative car $4 - x$ serait négatif.
Calculons donc l'aire pour quelques valeurs entre 0 et 4 :

x	0	1	2	3	4
$A(x)$	0	3	4	3	0

On peut donc conjecturer que l'aire maximale est atteinte pour $AB = 2$ et est de 4.