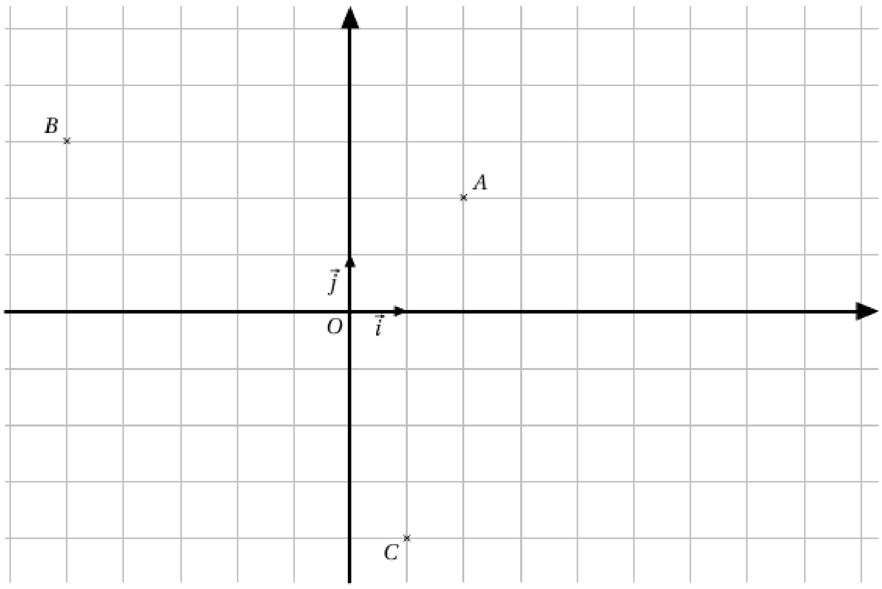
Corrigé : Exercices supplémentaires

Vecteurs et repérage

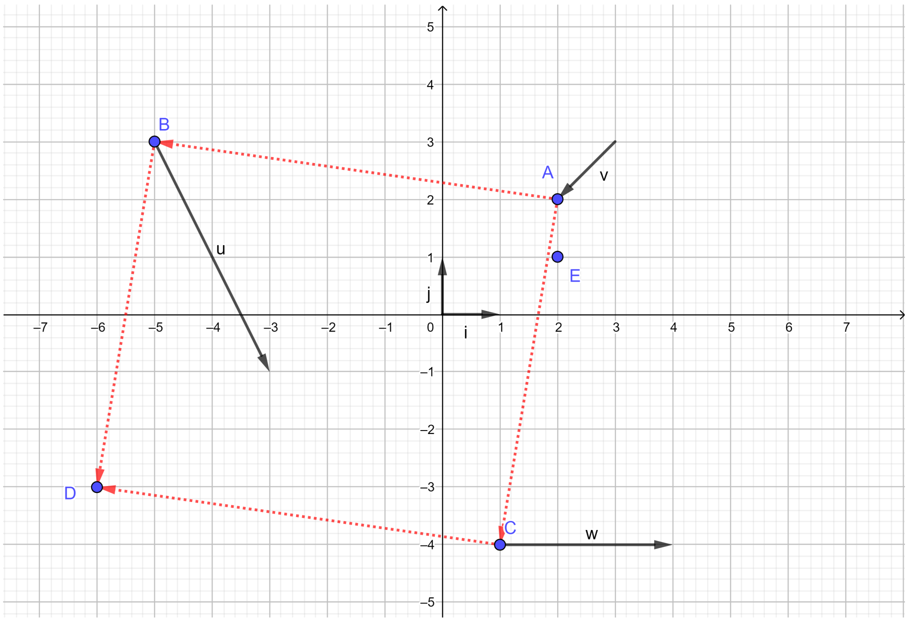
Exercice 1/5 : Coordonnées de vecteurs

Rajouter des carreaux si besoin !

1. Construire un représentant de chaque vecteur :
   (a) $\overrightarrow{u}\begin{pmatrix}2\\-4\end{pmatrix}$ d'origine B.
   (b) $\overrightarrow{v}\begin{pmatrix}-1\\-1\end{pmatrix}$ d'extrémité A.
   (c) $\overrightarrow{w}\begin{pmatrix}3\\0\end{pmatrix}$ d'origine C.
2. Construire les points suivants :
   (a) D tel que $\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AB}$
   (b) E tel que $\overrightarrow{OE} = 2\overrightarrow{i} + \overrightarrow{j}$



Solution :


B
A
v
u
E
j
i
D
C
w

Exercice 2/5 : Vecteurs colinéaires

Soient les vecteurs $\overrightarrow{u}\begin{pmatrix}-81\\27\end{pmatrix}$; $\overrightarrow{v}\begin{pmatrix}3\\-1\end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{w}\begin{pmatrix}9\\-3\end{pmatrix}$.
Les vecteurs $\overrightarrow{u}$ et $\overrightarrow{v}$ sont-ils colinéaires ? Et les vecteurs $\overrightarrow{u}$ et $\overrightarrow{w}$?

Solution :

$\overrightarrow{u} = -27 \times \overrightarrow{v}$ donc $\overrightarrow{u}$ et $\overrightarrow{v}$ sont colinéaires.
$\overrightarrow{u} = -9 \times \overrightarrow{w}$ donc $\overrightarrow{u}$ et $\overrightarrow{w}$ sont colinéaires.

Exercice 3/5 : Alignement de points

1. Soient les points $M(1;3)$, $B(-1;2)$ et $F(2;3)$.
   Les points M, B et F sont-ils alignés ?
2. Soient les points $M(\sqrt{2};3)$, $B(0;5)$ et $F(2\sqrt{2};1)$.
   Les points M, B et F sont-ils alignés ?

Solution :

1. $\overrightarrow{MB}\begin{pmatrix}-1-1\\2-3\end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{MF}\begin{pmatrix}2-1\\3-3\end{pmatrix}$
   $det(\overrightarrow{MB};\overrightarrow{MF}) = \begin{vmatrix}-2 & 1\\-1 & 0\end{vmatrix} = 0+1 = -1$
   $1 \neq 0$ donc $\overrightarrow{MB}$ et $\overrightarrow{MF}$ ne sont pas colinéaires. D'où M ; B et F ne sont pas alignés.
2. $\overrightarrow{MB}\begin{pmatrix}0-\sqrt{2}\\5-3\end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{MF}\begin{pmatrix}2\sqrt{2}-\sqrt{2}\\1-3\end{pmatrix}$
   $det(\overrightarrow{MB};\overrightarrow{MF}) = \begin{vmatrix}-\sqrt{2} & \sqrt{2}\\2 & -2\end{vmatrix} = 2\sqrt{2}-2\sqrt{2} = 0$
   donc $\overrightarrow{MB}$ et $\overrightarrow{MF}$ sont colinéaires. D'où M ; B et F ne sont alignés.

Exercice 4/5 : Alignement de points

Dans un repère $(O, \overrightarrow{i}, \overrightarrow{j})$ on donne les points $M(0;-3)$, $N(2;3)$, $P(-9;0)$ et $Q(-1;-1)$.

1. Calculer les coordonnées des points A et B tels que : $\overrightarrow{NA} = \frac{1}{4}\overrightarrow{MN}$ et $\overrightarrow{MB} = 2\overrightarrow{MQ}$.
2. Démontrer que les points P, A et B sont alignés.

Solution :

1.
   - $\overrightarrow{MN}\begin{pmatrix}2-0\\3-(-3)\end{pmatrix}$
     On note $(x_A;y_A)$ les coordonnées du point A.
     $\overrightarrow{NA} = \frac{1}{4}\overrightarrow{MN}$ donc $\begin{pmatrix}x_A-2\\y_A-3\end{pmatrix} = \frac{1}{4}\begin{pmatrix}2\\6\end{pmatrix}$
     Donc $x_A - 2 = \frac{1}{2}$ et $y_A - 3 = \frac{1}{3}$ d'où $A(\frac{5}{2};\frac{10}{3})$.
   - $\overrightarrow{MQ}\begin{pmatrix}-1-0\\-1-(-3)\end{pmatrix}$
     On note $(x_B;y_B)$ les coordonnées du point B.
     $\overrightarrow{MB} = 2\overrightarrow{MQ}$ donc $\begin{pmatrix}x_B-0\\y_B-(-3)\end{pmatrix} = 2\begin{pmatrix}-1\\2\end{pmatrix}$
     Donc $x_B - 0 = -3$ et $y_B + 3 = 6$ d'où $B(-2;4)$.

2. • $\overrightarrow{PA} = \begin{pmatrix} \frac{23}{2} \\ \frac{10}{3} \end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{PB} = \begin{pmatrix} 7 \\ 4 \end{pmatrix}$

   • $det(\overrightarrow{PA};\overrightarrow{PB}) = \begin{vmatrix} \frac{23}{3} & 7 \\ \frac{10}{3} & 4 \end{vmatrix} = 46 - \frac{70}{3} = \frac{68}{3}$

   $\frac{68}{3} \neq 0$ donc $\overrightarrow{PA}$ et $\overrightarrow{PB}$ ne sont pas colinéaires. D'où P ; A et B ne sont pas alignés.

Exercice 5/5 : Parallélogramme

Soit un repère $(O, \overrightarrow{i}, \overrightarrow{j})$ quelconque du plan. On considère les points A de coordonnées $(2; -1)$, B de coordonnées $(-3; 4)$ et C de coordonnées $(1; 4)$.
Calculer les coordonnées du point D pour que $ABCD$ soit un parallélogramme.

Solution : $ABCD$ est un parallélogramme signifie que $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC}$.
$\overrightarrow{AB} = \begin{pmatrix} -5 \\ 5 \end{pmatrix}$ et on note $D(x_D; y_D)$.
$\overrightarrow{DC} = \begin{pmatrix} 1 - x_D \\ 4 - y_D \end{pmatrix}$ D'où $D(6; -1)$.