Corrigé : Exercices

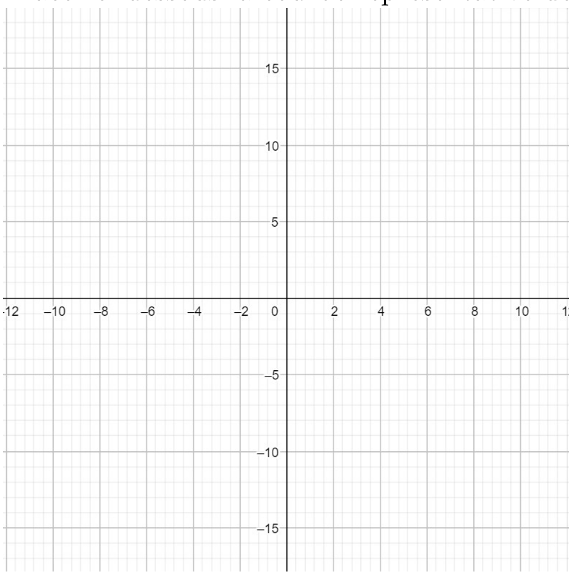
Fonctions de références

Exercice 1/12 : Fonction carré *

1. Donner le domaine de définition de la fonction $x \longrightarrow x^2$
2. Compléter le tableau de valeurs de la fonction carré :

x	-10	-9	$-\sqrt{2}$	0	2	$\sqrt{3}$	4	6
f(x)								

3. Tracer ci-dessous la courbe représentative de la fonction carré :



4. La courbe possède-t-elle un axe ou un centre de symétrie ? La fonction carré est-elle paire ? Impaire ?

Solution :

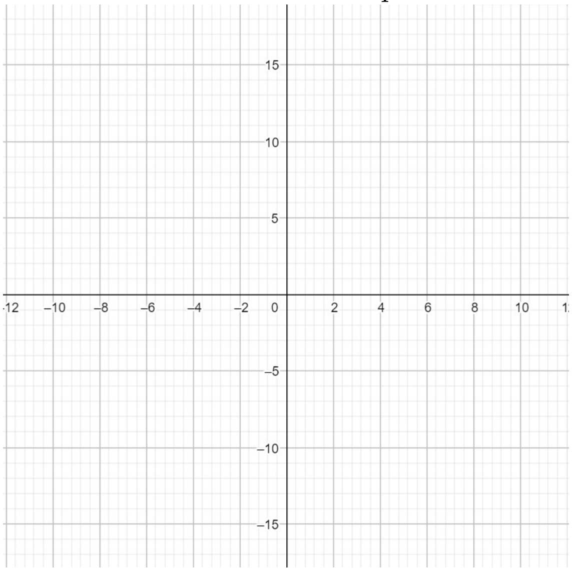
1. $D_f = \mathbb{R}$
2. Voir cours
3. Voir cours
4. $f(-x) = (-x)^2 = x^2 = f(x)$ Donc la fonction carrée est une fonction paire. Elle admet donc l'axe des ordonnées pour axe de symétrie.

Exercice 2/12 : Fonction racine carrée *

1. Donner le domaine de définition de la fonction $x \longrightarrow \sqrt{x}$
2. Compléter le tableau de valeurs de la fonction racine carré :

x	0	1	4	9	16	25	36	49
f(x)								

3. Tracer ci-dessous la courbe représentative de la fonction racine carrée :



4. La courbe possède-t-elle un axe ou un centre de symétrie ? La fonction racine est-elle paire ? Impaire ?

Solution :

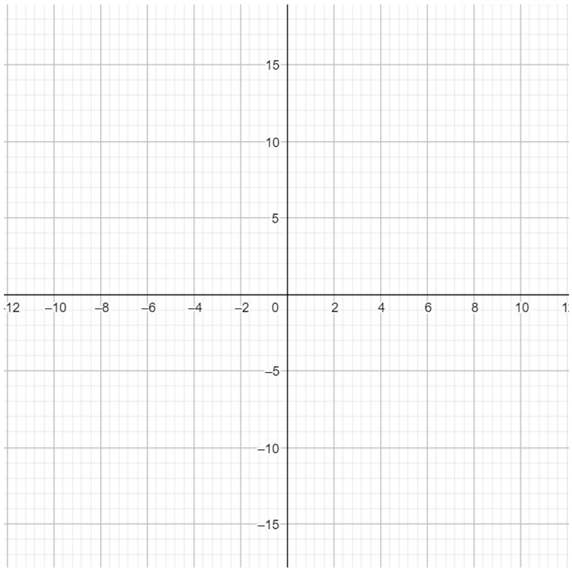
1. $D_f = \mathbb{R}_+$
2. Voir cours
3. Voir cours
4. La fonction racine carrée n'est définie que pour des valeurs positives. Elle n'admet pas d'axe de symétrie.

Exercice 3/12 : Fonction cube *

1. Donner le domaine de définition de la fonction $x \longrightarrow x^3$
2. Compléter le tableau de valeurs de la fonction cube :

x	-6	-5	-4	-1	0	2	3	6
f(x)								

3. Tracer ci-dessous la courbe représentative de la fonction cube :



4. La courbe possède-t-elle un axe ou un centre de symétrie ? La fonction cube est-elle paire ? Impaire ?

Solution :

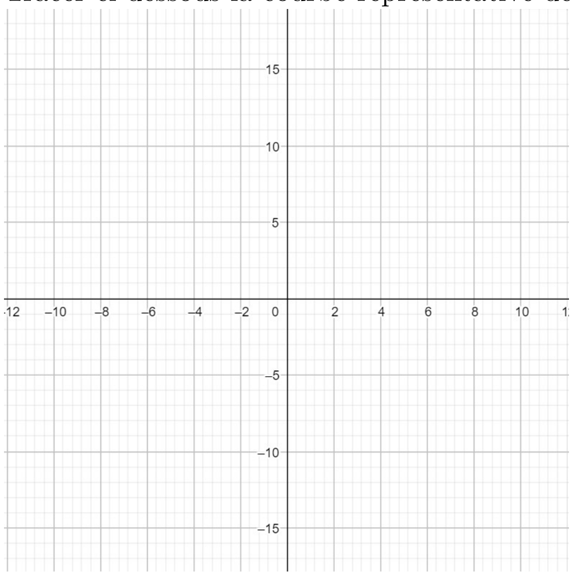
1. $D_f = \mathbb{R}$
2. Voir cours
3. Voir cours
4. $f(-x) = (-x)^3 = -x^3 = -f(x)$ la fonction cube est impaire. Elle admet donc un centre de symétrie : le point O.

Exercice 4/12 : Fonction inverse *

1. Donner le domaine de définition de la fonction $x \longrightarrow \dfrac{1}{x}$
2. Compléter le tableau de valeurs de la fonction inverse :

x	-4	-0,75	-0,5	-0,25	1	2	4	5
f(x)								

3. Tracer ci-dessous la courbe représentative de la fonction inverse :



4. La courbe possède-t-elle un axe ou un centre de symétrie ? La fonction inverse est-elle paire ? Impaire ?

Solution :

1. $D_f = \mathbb{R}^*$
2. Voir cours
3. Voir cours
4. $f(-x) = \frac{1}{-x} = -\frac{1}{x} = -f(x)$ la fonction inverse est impaire. Elle admet donc un centre de symétrie : le point O.

Exercice 5/12 : Images d'intervalles **

1. Donner graphiquement l'intervalle d'images de l'intervalle $[0; 9]$ par la fonction racine.
2. Donner graphiquement l'intervalle d'images de l'intervalle $[-3; 5]$ par la fonction cube.
3. Donner graphiquement l'intervalle d'images de l'intervalle $]0; 5]$ par la fonction inverse.
4. Donner graphiquement l'intervalle d'images de l'intervalle $[-1; 1]$ par la fonction carré.

Solution :

1. $[0; 3]$
2. $[-27; 125]$
3. $[\frac{1}{5}; +\infty[$
4. $[0; 1]$

Exercice 6/12 : Équations **

Résoudre les équations suivantes :

1. $x^2 = 1$
2. $\sqrt{x} = 9$
3. $x^3 = -8$
4. $\frac{1}{x} = -4$
5. $3x^2 = 6$
6. $\sqrt{x-1} = 4$
7. $-4x^3 = 108$
8. $\frac{4}{x} = -0,5$

Solution :

1. $S = \{-1; 1\}$
2. $x = 81$
3. $x = -2$
4. $x = -\frac{1}{4}$
5. $S = \{-\sqrt{2}; \sqrt{2}\}$
6. $x = 17$
7. $x = -3$
8. $x = -8$

Exercice 7/12 : Inéquations **

Résoudre graphiquement les inéquations suivantes :

1. $x^2 \leq 9$
2. $\sqrt{x} \leq 4$
3. $x^3 \geq -8$
4. $\dfrac{1}{x} > 2$
5. $2x^2 > 6$
6. $\sqrt{x} + 1 > 10$
7. $-x^3 \leq 1$
8. $\dfrac{1}{x} + 1 \leq 0,5$

Solution :

1. $x \in [-3; 3]$
2. $x \in [0; 16]$
3. $x \in [-2; +\infty[$
4. $x \in]0; \dfrac{1}{2}[$
5. $x \in] - \infty; -\sqrt{3}[\cup]\sqrt{3}; +\infty[$
6. $x \in]81; +\infty[$
7. $x \in [-1; +\infty[$
8. $x \in [-2; 0[$

Exercice 8/12 : Résolutions graphiques **

Résoudre graphiquement les inéquations et équations suivantes :

1. $x^2 \geq 4$
2. $\sqrt{x} \leq 1$
3. $x^3 < 8$
4. $\dfrac{1}{x} > -2$
5. $x^2 = 16$
6. $\sqrt{x} = 3$
7. $x^3 = -1$
8. $\dfrac{1}{x} = 1$

Solution :

1. $x \in] - \infty; -2[\cup[2; +\infty[$
2. $x \in [0; 1]$
3. $x \in] - \infty; 2[$
4. $x \in] - \infty; -0,5[\cup]0; +\infty[$
5. $S = \{-4; 4\}$
6. $x = 9$
7. $x = -1$
8. $x = 1$

Exercice 9/12 : Comparaison d'images **

Soit **f, g, h et t** respectivement les fonctions **carré, cube, racine et inverse**.
Compléter par $<$ ou $>$ ou $=$ en calculant les images ou en utilisant vos connaissances sur les positions relatives des courbes :

1. $f(-4) \qquad g(-4)$
2. $h(0,25) \qquad t(0,25)$
3. $f(-10) \qquad h(100)$
4. $f(\sqrt{3}) \qquad h(9)$
5. $g(0) \qquad t(0,5)$
6. $g(0,25) \qquad h(0,25)$
7. $g(4) \qquad h(4)$
8. $f(0,25) \qquad t(-0,25)$

Solution :

1. $f(-4) > g(-4)$
2. $h(0,25) < t(0,25)$
3. $f(-10) > h(100)$
4. $f(\sqrt{3}) = h(9)$
5. $g(0) < t(0,5)$
6. $g(0,25) < h(0,25)$
7. $g(4) > h(4)$
8. $f(0,25) > t(-0,25)$

Exercice 10/12 : Raisonner et représenter : Vers la démonstrations (TAPI) ***

On étudiera les courbes représentatives des fonctions suivantes sur $\mathbb{R}_+$

1. Étudier les positions relatives des courbes représentatives de $y = x$ et $y = x^2$.
2. Étudier les positions relatives des courbes représentatives de $y = x^2$ et $y = x^3$.
3. Conclure quant à la position relative des trois courbes.

Solution : Voir cours

Exercice 11/12 : Raisonner et représenter : Positions relatives (TAPI) ***

Soit f et g les fonctions définies par :
$f : x \longrightarrow (x-1)^2$; $g : x \longrightarrow (x^2-1)^2$
f est-elle une fonction paire ? g est-elle une fonction paire ?
Comparer f et g sur l'intervalle $[0;1]$
Données : La fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $y = x^2 + x - 2$ est négative sur $[0;1]$.

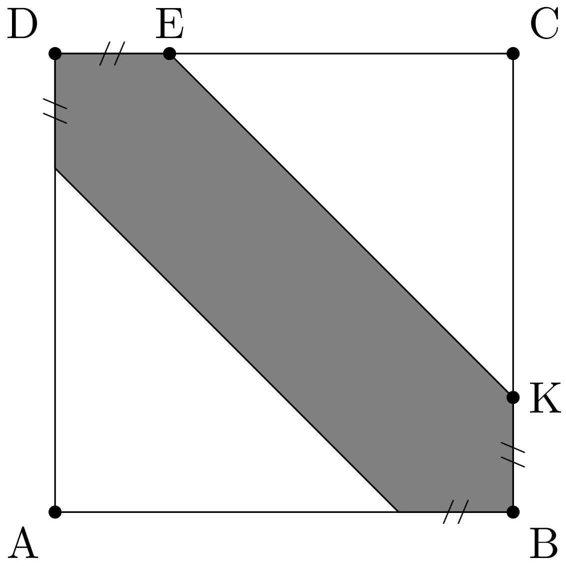
Solution :
$f(-x) = (-x-1)^2 = (x+1)^2$ donc f n'est ni pair, ni impair.
$g(-x) = ((-x)^2-1)^2 = (x^2-1)^2$ donc g est paire.
On utilise la même méthode que dans le cours pour étudier la position relative de f et g sur l'intervalle $[0;1]$.
$f(x) - g(x) = (x-1)^2 - (x^2-1)^2 = (x-1-x^2+1)(x-1+x^2-1) = (x-x^2)(x+x^2-2)$
En factorisant davantage on obtient :
$f(x) - g(x) = x(1-x)(x^2+x-2)$
On va utiliser un tableau de signes sur l'intervalle $[0;1]$:

x	0		1
x	0	$+$	$\vert$
$1-x$	$\vert$	$+$	0
x^2+x-2	$\vert$	$-$	0
$f(x)-g(x)$	0	$-$	0

On en déduit donc que la courbe représentative de la fonction g est au dessus de la courbe représentative de la fonction f sur l'intervalle $[0;1]$.

Exercice 12/12 : Modéliser et Raisonner : Marcel fait du bricolage (TAPI) ****

Marcel veut fabriquer un panneau ayant la forme d'une double flèche de surface $0,5m^2$ qu'il découpera dans une planche carrée de côté 1m comme dans la figure ci-dessous :



Comment Marcel doit-il choisir la distance DE ?

Solution :
$x = 1 - \dfrac{1}{\sqrt{2}}$ Me demander pour les détails (après avoir <u>bien</u> réfléchi seul).