

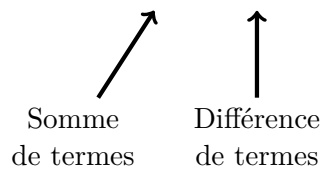


CALCUL ALGÈBRIQUE

I Rappels sur les sommes de termes et les produits de facteurs

Exemples

- une somme de terme : $x + 3$
- un produit de facteurs : $(2x + 1)(5x - 3)$ (**facteurs**).



Un quotient est le produit du numérateur et de l'inverse du dénominateur :

$$(2x + 1) \times \frac{1}{5x - 3} = \frac{2x + 1}{5x - 3}$$

Remarque

Pour certains quotients, il existe des valeurs de x interdites, se sont celles qui annulent le dénominateur.



Exemple

Soit $P(x) = \frac{x}{4-x}$ pour $x = 4$, $4 - x = 0$. Il n'est donc pas possible de calculer $P(4)$.

II Développement et factorisation

II.1 Distributivité (développement)

Développer

c'est transformer un produit en une somme (ou différence) de termes.

Factoriser

c'est transformer une somme en un produit de facteurs.

$$\begin{array}{c}
 \xrightarrow{\text{développement}} \\
 x(5 - y) = 5x - xy \\
 \xleftarrow{\text{factorisation}}
 \end{array}$$

Définition

Vocabulaire :

On dit que la multiplication est **distributive** par rapport à l'addition (ou la soustraction).

II.2 Double-distributivité

On distribue a

$$(a + b)(c + d) = a \times c + a \times d + b \times c + b \times d$$

On distribue b

II.3 Factoriser

Pour factoriser une expression il faut trouver un **facteur commun**.

Exemple

$$3x + 9 = \mathbf{3}x + \mathbf{3} \times 3 = \mathbf{3}(x + 3)$$

Parfois le facteur commun est une expression.

Exemple

$$(3x + 9) \times (\mathbf{x + 1}) + \mathbf{x + 1} = (\mathbf{x + 1}) \times (3x + 9 + 1) = (\mathbf{x + 1}) \times (3x + 10)$$

III Identités remarquables

Propriété

Pour tous nombres réels a et b , on a :

$$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

$$(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

$$(a + b)(a - b) = a^2 - b^2$$

Exemple

$$(x - 5)^2 = x^2 - 2 \times x \times 5 + 5^2 = x^2 - 10x + 25$$

$$(2x - 1)(2x + 1) = (2x)^2 - 1^2 = 4x^2 - 1$$

$$x^2 + 6x + 9 = x^2 + 2 \times 3 \times x + 3^2 = (x + 3)^2$$

IV Réduire au même dénominateur

Propriété

Pour tout nombre a , b , c et d , réels on a :

$$\frac{a}{b} + \frac{c}{d} = \frac{ad}{bd} + \frac{bc}{bd} = \frac{ad + bc}{bd}$$

Exemple

$$\frac{1+x}{3+x} + \frac{1}{3-x} = \frac{(1+x)(3-x)}{(3+x)(3-x)} + \frac{3+x}{(3+x)(3-x)} = \frac{3-x^2+2x+3+x}{9-x^2} = \frac{-x^2+3x+6}{9-x^2}$$