



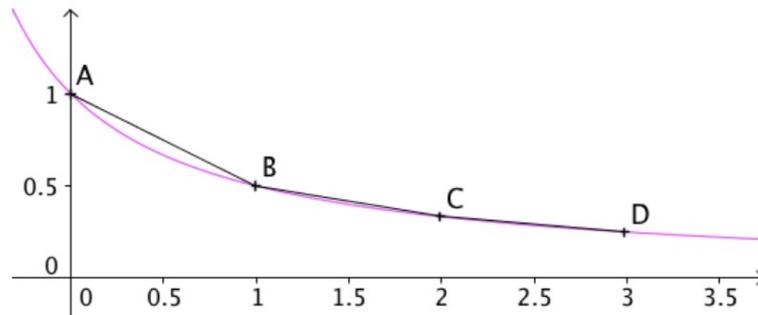
LONGUEUR D'UNE COURBE¹

Prérequis : Fractions ; Théorème de Pythagore ; Racines ; Représentation graphique d'une fonction ; Calcul d'images avec l'expression algébrique d'une fonction ; Notion d'algorithmique ; Python.

I Valeur approchée de la longueur d'une courbe

Dans un repère orthonormé, on veut calculer, sur l'intervalle $[0; 3]$, une valeur approchée de la longueur de la courbe de la fonction f définie par $f(x) = \frac{1}{x+1}$

- a. Pour cela, on a placé sur la courbe quatre points A , B , C et D d'abscisses respectives 0, 1, 2 et 3 formant trois segments $[AB]$, $[BC]$ et $[CD]$. En calculant la somme $AB + BC + CD$ donner une première approximation de la longueur de la courbe de la fonction f sur l'intervalle $[0; 3]$.



- b. Une meilleure approximation s'obtient avec un plus grand nombre de points sur la courbe dont les abscisses sont réparties régulièrement sur l'intervalle $[0; 3]$. Le but va être d'écrire un algorithme permettant d'obtenir une approximation de la longueur de la courbe de la fonction f sur l'intervalle $[0; 3]$ en fonction du nombre N de segments ainsi formés.
- On découpe l'intervalle $[0; 3]$ en N segments de même longueur. Quelle sera la longueur d'un tel segment en fonction de N ?
 - Faire un schéma du découpage précédent.
 - Quel calcul doit on faire pour obtenir la longueur de la courbe dans ce cas ?
 - Écrire un algorithme permettant de calculer la longueur de la courbe représentative de f sur $[0; 3]$.
- c. Écrire cet algorithme en langage Python sachant que la syntaxe pour "racine carrée" est `sqrt` et qu'il faut saisir au début du programme `from math import *`.

1. Sujet inspiré du site math-et-tiques.

II Pour aller plus loin

- a. Compléter le programme écrit en Python ci-dessous calculant d'une autre façon la longueur de la courbe sur $[0; 3]$ avec 1000 segments.

```
1     from math import sqrt
2
3     def f(x):
4         return .....
5
6     l = .....
7     n = 1000
8     for i in range(0, n):
9         x0 = 3.0 * (i / n)
10        y0 = f(.....)
11        x1 = 3.0 * ((..... / n)
12        y1 = f(x1)
13        l = l + sqrt((.....) ** 2 + (.....) ** 2)
14
15    print(l)
```

- b. Comment tracer la courbe représentative de la fonction f à l'aide de Python ?