INFORMATION CHIFFRÉE

I Exemples introductifs : proportion et pourcentage

I.1 Proportion d'une population

Les requins ont mauvaise réputation, pourtant seules 5 espèces sur les quelques 400 existantes sont dangereuses.

L'ensemble des espèces de requin, notée N, est égale à 400. C'est la population de référence. La sous-population des requins dangereux pour l'Homme, notée n, est égale à 5.

La proportion d'espèces dangereuses parmi l'ensemble des espèces de requins, notée p, est :

$$p = \frac{n}{N} = \frac{5}{400} = 0{,}0125$$

Cette proportion peut s'exprimer en pourcentage : $p = 1{,}25\%$.

I.2 Pourcentage d'un nombre

Parmi les 400 espèces de requin, 6,25% ont déjà été impliquées dans une attaque sur l'Homme.
6,25% de 400, soit :

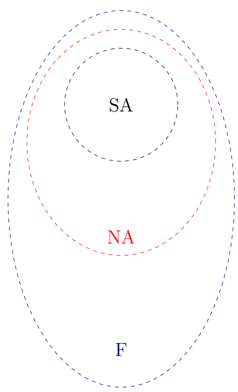
$$6{,}25\% \times 400 = \frac{6{,}25}{100} \times 400 = 25 \text{ espèces.}$$

I.3 Proportions échelonnées

La Nouvelle Aquitaine est une des régions de France où l'on comptabilise le plus de chien.
Sur environ 245 555 naissances de chiots en France en 2020, **13%** sont nés en Nouvelle-Aquitaine .

Le setter anglais a enregistré à lui seul **6%** des naissances de chiots dans la région en 2020.
Nous allons prendre les notations suivantes pour les différents ensembles :

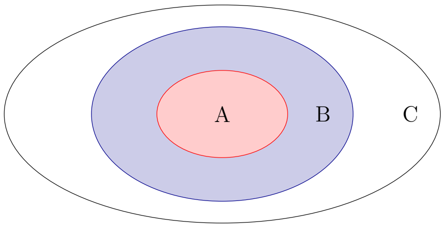
- NA : Ensemble des chiots nés en Nouvelle-Aquitaine.
- SA : Ensemble des chiots Setter Anglais nés en Nouvelle-Aquitaine.
- F : Ensemble des chiots nés en France.



L'ensemble SA est inclus dans l'ensemble NA et on a : $p_{SA} = 6\%$ de NA.
L'ensemble NA est inclus dans l'ensemble F et on a : $p_{NA} = 13\%$ de F.
La proportion de Setter Anglais nés en Nouvelle-Aquitaine est donc égale à :
6% **de** $13\% = 6\% \times 13\% = 0{,}06 \times 0{,}13 = 0{,}0078 \approx 1\%$

Propriété

$A \subset B$ et $B \subset C$.
p_1 est la proportion de A dans B.
p_2 est la proportion de B dans C.
Alors $p = p_1 \times p_2$ est la proportion de A dans C.



II Évolution exprimée en pourcentage

II.1 Calculer une évolution

Définition

Augmentation
Augmenter une valeur de t% revient à la multiplier par $1 + \frac{1}{100}$.

Diminution
Diminuer une valeur de t% revient à la multiplier par $1 - \frac{1}{100}$.

Coefficient multiplicateur
$1 + \frac{1}{100}$ et $1 - \frac{1}{100}$ sont appelés les coefficients multiplicateurs.

Démonstration

Pour l'augmentation
Si on augmente une valeur V_0 de t% alors sa valeur V_1 après augmentation est égale à :

$$V_1 = V_0 + V_0 \times \frac{t}{100} = V_0 \times \left(1 + \frac{t}{100}\right)$$

Pour la diminution
Si on diminue une valeur V_0 de t% alors sa valeur V_1 après augmentation est égale à :

$$V_1 = V_0 - V_0 \times \frac{t}{100} = V_0 \times \left(1 - \frac{t}{100}\right)$$

Exemples

- Le prix d'un survêtement est de 49€. Il augmente de 8%, son nouveau prix est égal à :

$$\left(1 + \frac{8}{100}\right) \times 49 = 1{,}08 \times 49 = 52{,}92€$$

- Le prix d'un polo est de 21€. Il diminue de 12%, sou nouveau prix est égal à :

$$\left(1 - \frac{12}{100}\right) \times 21 = 0{,}88 \times 21 = 18{,}48€$$

II.2 Calculer un taux d'écolution

Définition

Taux d'évolution
On considère une valeur V_0 qui subit une évolution pour arriver à une valeur V_1.
Le taux d'évolution est égal à : $t = \dfrac{V_1 - V_0}{V_0}$.

- Si $t>0$, l'évolution est une **augmentation**.
- Si $t<0$, l'évolution est une **diminution**.

Remarque

Exemple

La population d'un village est passé de 8500 à 10400 entre 2008 et 2012. Calculer le taux d'évolution de la population en % :

$$t=\frac{10400-8500}{10400}\approx 0{,}224,\text{ soit une augmentation de }22{,}4\%$$

II.3 Évolutions successives

Une hausse de $t\%$ suivie d'une baisse de $t\%$ ne se compensent pas. Par exemple, si une grandeur N subit une augmentation de 10% suivie d'une diminution de 10% alors elle subit une diminution de 1%.
En effet, $N\times\left(1+\frac{10}{100}\right)\times\left(1-\frac{10}{100}\right)=X\times 1{,}1\times 0.9=N\times 0{,}99=N\times\left(1-\frac{1}{100}\right)$

Remarque

Si une grandeur subit des évolutions successives alors le coefficient multiplicateur global est égal aux produits des coefficients multiplicateurs de chaque évolution.

Propriété

Voir fiche pour méthode pour un exemple.

II.4 Évolution réciproque

Évolution réciproque

On considère le taux t d'évolution de la valeur V_0 à la valeur V_1.
On appelle évolution réciproque le taux t' d'évolution de la valeur V_1 à la valeur V_0.

Définition

On considère le taux τ d'évolution de la valeur V_0 à la valeur V_1. L'évolution réciproque possède un coefficient multiplicateur inverse de l'évolution directe :

$$\tau'=\frac{1}{\tau}$$

Propriété

Si on augmente une valeur V_0 de $t\%$, alors sa valeur V_1 après augmentation est égale à :
$V_1=V_0\left(1+\frac{t}{100}\right)$ et donc : $V_0=V_1\dfrac{1}{1+\frac{t}{100}}$.

L'évolution réciproque a donc pour coefficient multiplicateur : $\dfrac{1}{1+\frac{t}{100}}=\dfrac{100}{100+t}$.

Démonstration