Version 211219

2021/2022

Approximation par balayage[1]

Prérequis : Racines ; Représentation graphique d'une fonction ; Calcul d'images avec l'expression algébrique d'une fonction ; Notion d'algorithmique ; Python ; Fonction carré ; Fonction cube

On considère la fonction $f(x) = x^2$ définie sur $\mathbb{R}$. On admettra que f est croissante sur $[0; +\infty[$, et que l'équation $f(x) = 2$ admet une unique solution s sur cet intervalle.
Le but de l'activité, est de déterminer numériquement une valeur approchée de s.
Les liens vers les outils numériques sont en gras.

a. Quelle est la solution de l'équation $x^2 = 2$?

b. A l'aide de **GéoGébra**, tracer la courbe représentative de f.

c. Écrire une fonction **Python** qui, en entrée prend une valeur x, et en sortie, renvoie l'image de x par f.

d. Compléter les pointillés dans la fonction **Python** ci-dessous pour qu'elle renvoie tout les nombres entre 1 et 2 avec un pas de 0,1.

```python

def balayage():
    x=...
    liste=[]
    while x<2 :
        liste.append(....)
        x=x+....
    return liste
```

e. Utiliser la fonction balayage pour compléter le tableau suivant :

x	1	1,1	1,2	1,3	1,4	1,5	1,6	1,7	1,8	1,9	2
f(x)											

f. A partir du tableau, donner un encadrement de s à 10^{-1} près.

g. Modifier la fonction balayage pour qu'elle renvoie le nombre x_1 tel que : $x_1 \leq s \leq x_1 + 0,1$
Coup de pouce : Modifier la condition dans la boucle while.

h. On veut maintenant affiner l'approximation et avoir une valeur approchée à 10^{-2}. Modifier la fonction balayage pour que la valeur x_2 renvoyée soit tel que :
$x_2 \leq s \leq x_2 + 0,01$
Coup de pouce : Modifier le pas dans la boucle while.

i. **Pour aller plus loin :**Modifier la fonction précédente pour que l'utilisateur puisse choisir la précision n de l'approximation.
$x_n \leq s \leq x_n + 10^{-n}$
Coup de pouce : Il faudra rajouter le paramètre n dans la fonction et créer une boucle for.

j. **Pour aller encore plus loin :** On admet que l'équation $x^3 = 5$ admet une unique solution s sur $[0; +\infty[$. Déterminer une valeur approchée à 10^{-8} près de s.

1. Sujet inspiré du site python-lycee.com.